# Matemática para Economia I

**Alex Farah Pereira**

2025-1

## Lista 3 - Derivadas

1. Determine a derivada das funções abaixo:

   (a) $f(x) = x^2 + 2x + 3$ (b) $g(x) = x^{10} - x^9$ (c) $h(x) = \sqrt{x^3} - \sqrt{x}$

   (d) $f(x) = \sqrt[5]{x^3} - \dfrac{3}{x}$ (e) $g(x) = (2x^2+1)(x^3+4x)$ (f) $h(x) = (\sqrt[3]{x^4} + x^2)(5x^5 - \dfrac{1}{x^2})$

   (g) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^3+3x}$ (h) $g(x) = \dfrac{\sqrt{x}+10}{3x-2}$ (i) $h(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x \ln x}{2}$

   (j) $f(x) = 3\,x \ln x$ (k) $g(x) = \dfrac{2x\,\mathrm{e}^x}{4-x}$ (l) $h(x) = \dfrac{-x^{4/3} \ln x}{x^3 - xe^x}$

2. Determine a derivada das funções abaixo:

   (a) $f(x) = \left(\dfrac{2x^2+1}{3x^2+1}\right)^2$ (b) $f(x) = \sqrt[3]{(3x^2+5x-1)^2}$ (c) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2+1}}$

   (d) $f(x) = e^{x^2+3x}$ (e) $f(x) = \ln(3x^2+x+5)$ (f) $f(x) = e^{x^3} + \ln(x^2+1)$

   (g) $f(x) = \dfrac{e^{4x+5}}{\ln(2-x)}$ (h) $f(x) = e^{e^{x^2}}$ (i) $f(x) = \ln(\ln(\ln 3x))$

3. Encontre os valores de $\alpha$ e $\beta$ para que exista $f'(1)$ nas funções abaixo:

   (a) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 1 \\ \alpha\,x + \beta, & x \geq 1 \end{cases}$ (b) $f(x) = \begin{cases} \alpha\,x^2 + \beta, & x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$

4. Determine a equação da reta tangente das funções abaixo no ponto dado:

   (a) $f(x) = x^3 + 2x, \qquad a = 0$

   (b) $f(x) = x\mathrm{e}^x, \qquad a = 2$

   (c) $f(x) = 3 + 4\ln x, \qquad a = 1$

5. Use a regra de L'Hospital para calcular o limite dado se o limite for indeterminado:

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^3 - 3x^2}{3x^4 + 2x}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{2x^2 + 5x + 1}$ (c) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{2x^3 + 3x^2 - 1}$ (d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{e^{-x}}{1 + e^{-2x}}$

   (e) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} x^2 e^{-x}$ (f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x}}{e^x}$ (g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x}$ (h) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} e^{-x} \ln x$

6. Determine em que intervalo(s) a função dada é crescente e decrescente e em que intervalo(s) a concavidade da função é para cima e para baixo. Encontre os extremos relativos e pontos de inflexão:

   (a) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ (b) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 10$ (c) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2+3}$ (d) $f(x) = \dfrac{x}{(1+x)^2}$

   (e) $f(x) = x\,e^x$ (f) $f(x) = x^2 e^{-x}$ (g) $f(x) = x - \ln x$ (h) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

7. Encontre os valores máximo e mínimo absolutos de $f$ no intervalo dado:

   (a) $f(x) = x^2 + 4x + 5;\ \ [-3, 1]$ (b) $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - 9x + 2;\ \ [0, 2]$ (c) $f(x) = 3x^5 - 5x^3;\ \ [-2, 0]$

   (d) $f(x) = (x^2 - 4)^5;\ \ [-3, 2]$ (e) $f(x) = x + \dfrac{1}{x};\ \ [\frac{1}{2}, 3]$ (f) $f(x) = x + \dfrac{1}{x};\ \ (0, +\infty)$

   (g) $f(x) = e^{1-x};\ \ [0, 1]$ (h) $f(x) = (3x-1)e^{-x};\ \ [0, 2]$ (i) $f(x) = x^{3/2} e^{-2x};\ \ [0, 1]$