

Matemática para Economia II

Prof. Alex Farah Pereira

06 de agosto de 2026

Departamento de Análise

Instituto de Matemática e Estatística

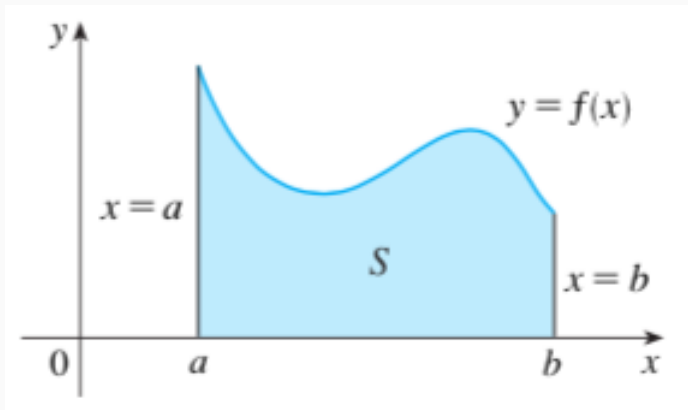
Universidade Federal Fluminense

Objetivo:

- . Aprender as Somas de Riemann
- . Definir o conceito de Integral

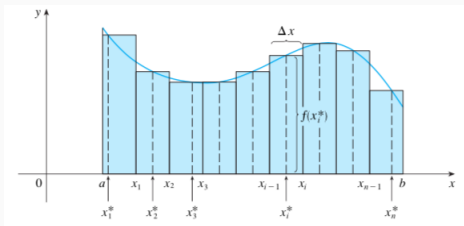
Aula 2

Como calcular a área delimitada abaixo do gráfico de uma função $y = f(x)$, entre as retas $x = a$, $x = b$ e acima do eixo x ?



Aula 2

A ideia é aproximar a área por soma de área de retângulos. Dividimos o intervalo $[a, b]$ em n partes iguais de mesmo comprimento obtendo assim os intervalos $I_n = [x_{i-1}, x_i]$ ($i = 1, \dots, n$ onde $x_0 = a$ e $x_n = b$) de comprimento $\Delta x = \frac{b-a}{n}$. Escolhemos, de modo aleatório, um ponto x_i^* em qualquer no intervalo I_n . Formamos assim n retângulos de lados $f(x_i^*)$ e Δx .



$$S = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n f(x_i^*) \Delta x$$

Definição

Seja $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função. Dizemos que f é **integrável** em $[a, b]$ quando a soma de Riemann converge. Neste caso, denotamos

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n f(x_i^*) \Delta x.$$

e dizemos que $\int_a^b f(x)dx$ é a **Integral Definida de f em $[a, b]$** .

- . $f(x) \geq 0$ para todo $x \in [a, b] \Rightarrow \int_a^b f(x)dx = \text{área da região limitada pelo gráfico de } f \text{ e pelas retas } x = a, x = b \text{ e } y = 0 \text{ (eixo } x\text{)}.$
- . Se $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ é contínua, então f é integrável em $[a, b]$.

Sejam $f, g : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ funções contínuas e $c \in \mathbb{R}$. Valem as seguintes propriedades:

$$(a) \int_b^a f(x)dx = - \int_a^b f(x)dx;$$

$$(b) \int_a^a f(x)dx = 0;$$

$$(c) \int_a^b c \, dx = c(b - a);$$

$$(d) \int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx;$$

$$(e) \int_a^b cf(x)dx = c \int_a^b f(x)dx;$$

(f) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^d f(x) dx + \int_d^b f(x) dx$ onde $d \in [a, b]$;

(g) Se $f \geq 0$, então $\int_a^b f(x) dx \geq 0$;

(h) Se $f \geq g$, então $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$;

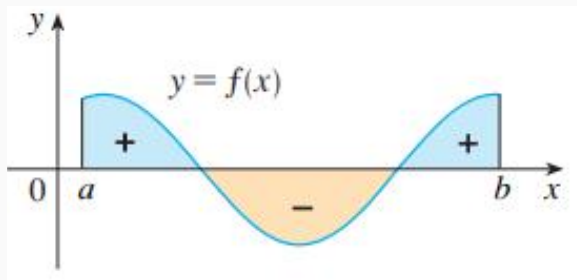
(i) Se $m \leq f \leq M$, então $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$.

Aula 2

Mais precisamente,

$$\int_a^b f(x) dx = S_1 - S_2$$

onde S_1 é a soma das áreas acima do eixo x e abaixo do gráfico de f e S_2 é a soma das áreas abaixo do eixo x e acima do gráfico de f .



Calcule a integral, interpretando-a em termos das áreas:

$$(a) \int_{-1}^2 (1-x) dx \quad (b) \int_0^9 \left(\frac{1}{3}x - 2\right) dx \quad (c) \int_{-3}^0 \sqrt{9-x^2} dx$$

$$(d) \int_{-5}^5 (x - \sqrt{25-x^2}) dx \quad (e) \int_{-1}^2 |x| dx \quad (f) \int_0^{10} |x-5| dx$$

Na aula de hoje aprendemos

- . como calcular integral via Somas de Riemann;
- . as propriedades da integral definida.

Faça exercícios em que o cálculo da integral são figuras geométricas que conhecemos a área!