

Matemática para Economia II

Prof. Alex Farah Pereira

13 de agosto de 2026

Departamento de Análise

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal Fluminense

Objetivo:

- . como encontrar primitivas de funções
- . introduzir o conceito de integral indefinida

O TFC diz que toda função contínua tem uma primitiva!

Exemplo

$F(x) = x$ é uma primitiva de $f(x) = 1$.

Exemplo

$F(x) = x^2 + 5$ é uma primitiva de $f(x) = 2x$.

Exemplo

$F(x) = e^x - 2$ é uma primitiva de $f(x) = e^x$.

Exemplo

$F(x) = \ln x$ é uma primitiva de $f(x) = \frac{1}{x}$.

Definição

A **Integral Indefinida** de f é o conjunto de todas as primitivas de f sendo denotada por

$$\int f(x)dx.$$

F primitiva de $f \Rightarrow F + C$ primitiva de f para qualquer constante C

Atenção:

$$\int_a^b f(x)dx = \text{número real}$$

$$\int f(x)dx = F(x) + C \text{ onde } F \text{ é uma primitiva de } f$$

Sejam $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ funções contínuas e $k \in \mathbb{R}$. Valem as seguintes propriedades:

$$(a) \int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx;$$

$$(b) \int kf(x) dx = k \int f(x) dx;$$

$$(c) \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1) \quad \text{e} \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C;$$

$$(d) \int e^x dx = e^x + C;$$

$$(e) \int \sin x dx = -\cos x + C \quad \text{e} \quad \int \cos x dx = \sin x + C.$$

Exemplo

$$\int 5dx = 5x + C$$

Exemplo

$$\int xdx = \frac{x^2}{2} + C$$

Exemplo

$$\int 5xdx = 5 \int xdx = 5 \frac{x^2}{2} + C = \frac{5}{2}x^2 + C$$

Exemplo

$$\int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + C$$

Exemplo

$$\int \sqrt{x} dx = \int x^{1/2} dx = \frac{x^{3/2}}{3/2} + C = \frac{2}{3} x^{3/2} + C = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + C$$

Exemplo

$$\int 2\sqrt[4]{x^5} dx = 2 \int x^{5/4} dx = 2 \frac{x^{9/4}}{9/4} + C = \frac{8}{9} x^{9/4} + C = \frac{8}{9} \sqrt[4]{x^9} + C$$

Exemplo

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \int x^{-2} dx = \frac{x^{-1}}{-1} + C = -\frac{1}{x} + C$$

Exemplo

$$\int \frac{\pi}{\sqrt[3]{x}} dx = \int \pi x^{-1/3} dx = \pi \int x^{-1/3} dx = \pi \frac{x^{2/3}}{2/3} + C = \frac{3\pi}{2} \sqrt[3]{x^2} + C$$

Exemplo

$$\int \frac{-2}{\sqrt[4]{x^3}} dx = \int -2x^{-3/4} dx = -2 \int x^{-3/4} dx = -2 \frac{x^{1/4}}{1/4} + C = -8\sqrt[4]{x} + C$$

Exemplo

$$\int 5e^x dx = 5 \int e^x dx = 5e^x + C$$

Exemplo

$$\int \frac{4}{x} dx = 4 \int \frac{1}{x} dx = 4 \ln|x| + C$$

Exemplo

$$\int \frac{3}{2} \cos x dx = \frac{3}{2} \int \cos x dx = \frac{3}{2} \sin x + C$$

Exemplo

$$\int (x^3 - x^2) dx = \int x^3 dx - \int x^2 dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + C$$

Exemplo

$$\int \left(2\sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) dx = 2 \int \sqrt{x} dx - \int \frac{1}{x} dx = \frac{4}{3} \sqrt{x^3} - \ln|x| + C$$

Exemplo

$$\int (2e^x - 5 \operatorname{sen} x) dx = 2 \int e^x dx - 5 \int \operatorname{sen} x dx = 2e^x + 5 \cos x + C$$

Exemplo

$$\int x^3(x^2 - x^4)dx = \int (x^5 - x^7)dx = \frac{x^6}{6} - \frac{x^8}{8} + C$$

Exemplo

$$\int \frac{x^2 - x}{x}dx = \int (x - 1)dx = \frac{x^2}{2} - x + C$$

Em muitos casos, as propriedades matemáticas devem ser usadas para simplificarmos o integral e facilitarmos a busca pela primitiva.

Calcule as integrais indefinidas.

$$(a) \int \left(3x^4 - 2x^3 - \frac{x}{3} \right) dx$$

$$(b) \int \left(\frac{\sqrt{2}}{x} - \sqrt{3}e^x + 1 \right) dx$$

$$(c) \int \frac{4 - 3x}{\sqrt{x}} dx$$

$$(d) \int x^2 (\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}) dx$$

$$(e) \int \frac{(x-1)^3}{x^2} dx$$

$$(f) \int \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1} dx$$

Na aula de hoje aprendemos

- . a resolver algumas integrais indefinidas.

Encontrar a primitiva pode não ser uma tarefa fácil (em geral nunca é!). Alguns casos podemos usar técnicas para resolver a integral e aprenderemos algumas dessas nas próximas aulas. Enquanto isso, pratiquem com exercícios no mesmo estilo apresentados na aula de hoje.