

Matemática para Economia II

Prof. Alex Farah Pereira

01 de setembro 2026

Departamento de Análise

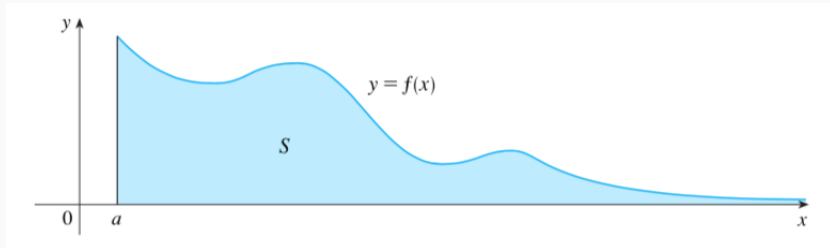
Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal Fluminense

Objetivo:

- . calcular área de regiões planas que não são limitadas
- . conceito de integrais impróprias

Como calcular a área da figura (não limitada) abaixo?



Intervalos não limitados

(a) Se $\int_a^t f(x)dx$ existe para cada $t \geq a$, então

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_a^t f(x)dx$$

desde que o limite exista.

(b) Se $\int_t^b f(x)dx$ existe para cada $t \leq b$, então

$$\int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim_{t \rightarrow -\infty} \int_t^b f(x)dx$$

desde que o limite exista.

Intervalos não limitados

(c) Se as integrais $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ e $\int_{-\infty}^a f(x)dx$ existem, então

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^a f(x)dx + \int_a^{+\infty} f(x)dx$$

onde a é um número real qualquer.

As integrais impróprias acima são ditas **convergentes** se os limites correspondentes existem e **divergentes** caso contrário.

Intervalos limitados

(a) Se f é contínua em $[a, b)$ e descontínua em b , então

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \int_a^t f(x) dx$$

desde que o limite exista.

(b) Se f é contínua em $(a, b]$ e descontínua em a , então

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \int_t^b f(x) dx$$

desde que o limite exista.

Intervalos não limitados

(c) Se f é descontínua em c onde $a < c < b$ e as integrais $\int_a^c f(x)dx$ e $\int_c^b f(x)dx$ existem, então

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$$

As integrais impróprias acima são ditas **convergentes** se os limites correspondentes existem e **divergentes** caso contrário.

Veja aplicações de integrais no livro do Chiang - página 444.

Dada uma amostra onde σ é o desvio padrão e μ é a média, função densidade de probabilidade normal é dada pela função

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Será visto no curso de estatística que a probabilidade (normal) de um evento X ocorrer entre a e b , isto é $P(a \leq X \leq b)$, é dada por

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

que corresponde a área abaixo do gráfico de f , acima do eixo x e entre as retas $x = a$ e $x = b$.

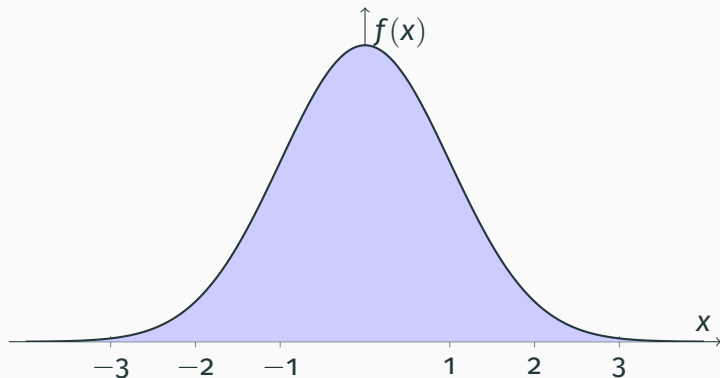
Perguntas:

Como mostrar que f é uma função de densidade de probabilidade? Isto é,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1?$$

Como calcular

$$\int_a^b f(x) dx?$$



$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx = 1$$

Na aula de hoje aprendemos

- . como resolver integrais impróprias

Devemos ficar atentos principalmente quando seu intervalo de integração é no intervalo $[a, b]$ pois esse caso pode configurar uma integral imprópria. É fato que os métodos para resolver limites, aprendidos em Matemática para Economia I, tem que estar em dia. Os limites indeterminados em $0/0$ e ∞/∞ são resolvidos usando a Regra de L'Hospital.