

GABARITO

DA

PRIMEIRA AVALIAÇÃO

DE

MATEMÁTICA PARA ECONOMIA II

DATA : 22 / 09 / 2026

QUESTÃO 1:

Pela Regra da Cadeia, a derivada de F é

$$F'(x) = \left((x^3 - 2x^2 + 10)^2 - (x^3 - 2x^2 + 10) \right) e^{x^3 - 2x^2 + 10 - 4} \cdot (3x^2 - 4x).$$

Substituindo $x = 0$ obtemos

$$F'(0) = (10^2 - 10) e^6 \cdot 0 = 0.$$

Portanto, $F'(0) = 0$.

QUESTÃO 2:

(a) Usamos a integração por substituição.

$$\int (x+3) \sqrt{x+1} dx = \int (u-1+3) \sqrt{u} du =$$

$$u = x+1 \Leftrightarrow x = u-1$$

$$du = dx$$

$$= \int (u+2) u^{1/2} du = \int (u^{3/2} + 2u^{1/2}) du =$$

$$= \frac{2}{5} u^{5/2} + 2 \cdot \frac{2}{3} u^{3/2} + C =$$

$$= \frac{2}{5} (x+1)^{5/2} + \frac{4}{3} (x+1)^{3/2} + C.$$

(6) Usamos a integração por partes.

$$\int \ln \sqrt[4]{x} dx = \int \ln(x^{1/4}) dx =$$

$$u = \ln(x^{1/4}) \quad v' = \frac{1}{x^{1/4}} \cdot \frac{1}{4} x^{-3/4}$$

$$v' = 1$$

$$v = x$$

$$= x \ln \sqrt[4]{x} - \int x \cdot \frac{1}{x^{1/4}} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x^{3/4}} dx =$$

$$= x \ln \sqrt[4]{x} - \int \frac{1}{4} dx =$$

$$= x \ln \sqrt[4]{x} - \frac{x}{4} + C.$$

QUESTÃO 3:

Quando $p=10$ temos

$$10 = \frac{450}{x+8} \Rightarrow x = \frac{450}{10} - 8 = 37.$$

O excedente do consumidor com $x=37$ unidades vendidas é dado por

$$EC = \int_0^{37} \left(\frac{450}{x+8} - 10 \right) dx =$$

$$= 450 \int_0^{37} \frac{1}{x+8} dx - \int_0^{37} 10 dx =$$

$$= \left[450 \ln(x+8) \right]_0^{37} - \left[10x \right]_0^{37} =$$

$$= 450 (\ln 45 - \ln 8) - 10 \cdot 37 \approx 408,5$$

O excedente do consumidor quando o preço de venda é de R\$ 10,00 é de R\$ 408,50 aproximadamente.

QUESTÃO 4:

Pela fórmula e sendo $R(t) = 1000e^{0,02t}$

e $i = 5\% = 0,05$ temos

$$VP = \int_0^{+\infty} 1000e^{0,02t} \cdot e^{-0,05t} dt =$$

$$= \int_0^{+\infty} 1000e^{-0,03t} dt =$$

$$= \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b 1000e^{-0,03t} dt =$$

$$= \lim_{b \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1000}{0,03} e^{-0,03t} \Big|_0^b \right) =$$

$$= \lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\frac{1000}{0,03} - \frac{1000}{0,03} e^{-0,03b} \right) =$$

$$= \frac{1000}{0,03} = \frac{1000 \cdot 100}{3} \approx 33.333,33.$$

O valor presente, neste caso, será de aproximadamente R\$ 33.333,33.

QUESTÃO 5:

A região D está escrita como região do tipo I e assim

$$a = \iint_D \frac{2y}{x^2+1} dA = \int_0^1 \int_0^{\sqrt{y}} \frac{2y}{x^2+1} dy dx.$$

Calculando a integral iterada em relação a dy :

$$\begin{aligned} \int_0^{\sqrt{x}} \frac{2y}{x^2+1} dy &= \frac{1}{x^2+1} \int_0^{\sqrt{x}} 2y dy = \\ &= \frac{y^2}{x^2+1} \Big|_0^{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x})^2}{x^2+1} - \frac{(0)^2}{x^2+1} = \\ &= \frac{x}{x^2+1}. \end{aligned}$$

Dai

$$a = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx = \int_1^2 \frac{1}{2u} du =$$

$$u = x^2 + 1$$

$$du = 2x dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{1}{u} du =$$

$$= \frac{1}{2} \ln u \Big|_1^2 = \frac{1}{2} (\ln 2 - \ln 1) =$$

$$= \frac{1}{2} \ln 2$$

$$\text{Ou seja, } a = \frac{1}{2} \ln 2.$$

Portanto,

$$e^{2a} = e^{2 \cdot \frac{1}{2} \ln 2} = e^{\ln 2} = 2.$$

$$\text{Logo, } e^{2a} = 2.$$