



Departamento de Matemática Aplicada  
2a VE de Cálculo Diferencial e Integral Aplicado 1  
Prof. Sérgio Almaraz - 03/11/2011

Nome: \_\_\_\_\_

- A prova vale 11 pontos e tem duração de 1h50min.
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- A resposta final deve ser dada a **caneta**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.
- Sugerimos que as respostas, assim como todo o desenvolvimento, sejam feitos em folha(s) de papel **anexa(s)** .

1) [2,0 pts] Seja  $P$  uma função polinomial não constante.

(a) Prove que, entre dois zeros consecutivos de  $P'$  (isto é, dois valores de  $x$  que anulam a derivada e tal que entre eles não existe outro valor que anula a derivada), existe **no máximo uma raiz** de  $P$ .

(b) Se  $P$  tem **três raízes** distintas em  $[a, b]$ , prove que  $P''(c) = 0$ , para algum valor  $c \in (a, b)$ .

2) [3,5 pts] Seja  $g(x) = \frac{1}{x} - x^3$ ,  $x > 0$ .

(a) Mostre que  $g$  tem inversa em  $(0, \infty)$ .

(b) Calcule  $g^{-1}(0)$  e  $(g^{-1})'(0)$ , onde  $g^{-1}$  é a inversa obtida no ítem (a).

(c) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $g^{-1}$  no ponto  $(0, g^{-1}(0))$ .

3) [2,5 pts] Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{3\text{sen}(2x)}, & \text{para } x \leq 0, \\ x^2 + 18x + 3, & \text{para } 0 < x \leq \pi/2, \\ \ln(\cos^2(x)), & \text{para } x > \pi/2. \end{cases}$$

Determine os pontos onde  $f$  **não é diferenciável**.

4) [3,0 pts] Considere  $y = y(x)$  a função definida **implicitamente** por  $x^3 + x + y^3 + y = 8$ .

(a) Calcule  $y(2)$ .

(b) Calcule  $y'(2)$ .

(c) Mostre que  $y(x) = y(2)$  possui uma **única solução**  $x \in \mathbb{R}$ .