



Departamento de Matemática Aplicada
VR de Cálculo Diferencial e Integral Aplicado 1
Prof. Sérgio Almaraz - 13/12/2011

- Essa prova vale 10 pontos, tem duração de 1h50min e **obrigatoriamente** substitui a nota de uma das VEs.
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- As respostas, assim como todo o desenvolvimento, **devem** ser feitos em folha(s) de papel **anexa(s)**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.

1) Considere a função $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$, $x > 0$.

- (a) [1,0 pts] Determine os pontos críticos de f e os intervalos onde f é crescente e decrescente.
- (b) [1,0 pts] Determine os pontos de inflexão do gráfico de f e os intervalos onde a concavidade de f é para cima e para baixo.
- (c) [2,0 pts] Esboce o gráfico de f identificando suas raízes, assíntotas (verticais e horizontais), pontos de máximo e mínimo (relativos e absolutos) e pontos de inflexão.

2) Considere a função $g(x) = (x - 1)^3 \sqrt{|x - 1|}$.

- (a) [0,5 pts] Mostre que $\frac{d}{dx}|x - 1| = \frac{x - 1}{|x - 1|}$, para $x \neq 1$.
- (b) [0,5 pts] Verifique se g é derivável no ponto $x = 1$.
- (c) [0,5 pts] Calcule g' (você pode usar o resultado do item (a) mesmo sem tê-lo feito).
- (d) [0,5 pts] Determine o **maior intervalo** contendo 0 tal que g seja **invertível** nesse intervalo.
- (e) [1,0 pts] Calcule $(g^{-1})'(-1)$, onde g^{-1} é a inversa obtida no item (d).

3) [2,0 pts] Mostre que $x^5 + 2x^3 + 2x + 1 = 0$ possui uma única solução no intervalo $(-1, 0)$.

4) Calcule as seguintes integrais indefinidas:

(a) [0,5 pts] $\int \frac{\sec^2(x)}{3 + \tan^2(x)} dx;$

(b) [0,5 pts] $\int \frac{x}{(3x - 4)^3} dx.$