



Departamento de Matemática Aplicada  
VS de Cálculo Diferencial e Integral Aplicado 1  
Prof. Sérgio Almaraz - 15/12/2011

- A prova vale 10 pontos, tem duração de 1h50min.
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- As respostas, assim como todo o desenvolvimento, **devem** ser feitos em folha(s) de papel **anexa(s)**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.

1) [2,5 pts] Determine constantes  $a, b$  tais que a função

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{para } x < 1, \\ ax + b, & \text{para } x \geq 1, \end{cases}$$

seja diferenciável.

2) [2,0 pts] Seja  $y = f(x)$  definida implicitamente pela equação  $\sec^2(x + y) - \cos^2(x + y) = \frac{3}{2}$ . Calcule  $f'(\pi/4)$  sabendo que  $f(\pi/4) = 0$ .

3) Considere a função  $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$ ,  $x > 0$ ,  $x \neq 1$ .

(a) [1,0 pts] Determine os pontos críticos de  $f$  e os intervalos onde  $f$  é crescente e decrescente.

(b) [1,0 pts] Determine os pontos de inflexão do gráfico de  $f$  e os intervalos onde a concavidade de  $f$  é para cima e para baixo.

(c) [1,0 pts] Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ .

(d) [1,0 pts] Esboce o gráfico de  $f$  identificando suas assíntotas (verticais e horizontais), pontos de máximo e mínimo (relativos e absolutos) e pontos de inflexão.

4) (a) [1,0 pts] Mostre que  $p(x) = -x^3 - x - 1$  possui uma única raiz real;

(b) [0,5 pts] Seja  $f$  uma função real contínua em  $[-1, 2]$  e diferenciável em  $(-1, 2)$ , satisfazendo  $f(-1) = -1$  e  $f(2) = 5$ . Mostre que existe um ponto do gráfico de  $f$  tal que a reta tangente é paralela à reta  $y = 2x$ .