



Departamento de Matemática Aplicada
VS de Cálculo Diferencial e Integral Aplicado 1
Prof. Sérgio Almaraz - 15/12/2011

- A prova vale 10 pontos, tem duração de 1h50min.
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- As respostas, assim como todo o desenvolvimento, **devem** ser feitos em folha(s) de papel **anexa(s)**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.

1) [2,5 pts] Determine constantes a, b tais que a função

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{para } x < 1, \\ ax + b, & \text{para } x \geq 1, \end{cases}$$

seja diferenciável.

2) [2,0 pts] Seja $y = f(x)$ definida implicitamente pela equação $\sec^2(x + y) - \cos^2(x + y) = \frac{3}{2}$. Calcule $f'(\pi/4)$ sabendo que $f(\pi/4) = 0$.

3) Considere a função $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$, $x > 0$, $x \neq 1$.

(a) [1,0 pts] Determine os pontos críticos de f e os intervalos onde f é crescente e decrescente.

(b) [1,0 pts] Determine os pontos de inflexão do gráfico de f e os intervalos onde a concavidade de f é para cima e para baixo.

(c) [1,0 pts] Calcule $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

(d) [1,0 pts] Esboce o gráfico de f identificando suas assíntotas (verticais e horizontais), pontos de máximo e mínimo (relativos e absolutos) e pontos de inflexão.

4) (a) [1,0 pts] Mostre que $p(x) = -x^3 - x - 1$ possui uma única raiz real;

(b) [0,5 pts] Seja f uma função real contínua em $[-1, 2]$ e diferenciável em $(-1, 2)$, satisfazendo $f(-1) = -1$ e $f(2) = 5$. Mostre que existe um ponto do gráfico de f tal que a reta tangente é paralela à reta $y = 2x$.