

Aluno: _____

- A prova vale **11 pontos** e tem duração de **1h 50min**.
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- A resposta final deve ser dada a **caneta**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.
- Sugerimos que as respostas, assim como todo o desenvolvimento, sejam feitos em folha(s) de papel **anexa(s)**.

1) Seja $g(x) = \frac{1}{x} - x^3$, $x > 0$.

- (a) [1,0 pt] Mostre que g tem **inversa** em $(0, \infty)$.
- (b) [1,5 pt] Calcule $g^{-1}(0)$ e $(g^{-1})'(0)$, onde g^{-1} é a inversa obtida no item (a).
- (c) [1,0 pt] Determine a equação da **reta tangente** ao gráfico de g^{-1} no ponto $(0, g^{-1}(0))$.

2) Considere

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \cos(x), & x \in (-\infty, 0), \\ x & x \in [0, 1), \\ x^2 e^{1-x}, & x \in [1, \infty). \end{cases}$$

- (a) [1,0 pt] Determine os pontos onde f **não é** derivável.
- (b) [1,0 pt] Calcule f' (observe seu domínio).
- (c) [1,0 pt] Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3) Seja $y = y(x)$ definida **implicitamente** por $y^3 e^{x^2} + (y + x) \cdot \cos(x^2) + 2 = 0$.

- (a) [0,5 pt] Determine $y(0)$.
- (b) [1,5 pt] Determine $y'(0)$.

4) [1,5 pt] Calcule $\frac{d}{dx} \arctg(\text{sen}^2(\ln(x^3)))$.

5) [1,0 pt extra] Calcule $\frac{d}{dy} \text{arc cot } g(y)$ usando o teorema da função inversa.

[Sugestão: use a fórmula $\text{cot } g^2(y) + 1 = \text{cosec}^2(y)$].