

Aluno: _____

- A prova vale **10 pontos** e tem duração de **1h 50min.**
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- A resposta final deve ser dada a **caneta**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.
- Sugerimos que as respostas, assim como todo o desenvolvimento, sejam feitos em folha(s) de papel **anexa(s)** .

1) Calcule:

(a) [1,0 pt] $\int_0^1 (2-x)\sqrt{x} dx$;

(b) [1,0 pt] $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{sen}(x)}{1 + \cos^2(x)} dx$;

2) [1,5 pt] Encontre constantes a e b tais que a função abaixo seja **contínua**:

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{-\pi - x}, & x < -\pi, \\ ax + b & -\pi \leq x \leq 0, \\ 1 + \text{sen}(2x + \pi), & x > 0. \end{cases}$$

3) Considere $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}, x > 0$.

(a) [1,5 pt] Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ e determine as **equações** das assíntotas verticais e horizontais de f .

(b) [0,5 pt] Mostre que f é **crescente** em $(-\infty, e]$ e **decrecente** em $[e, +\infty)$.

(c) [1,0 pt] Analise a **concavidade** de f .

(d) [1,0 pt] Esboce o **gráfico** de f identificando suas **assíntotas** (verticais e horizontais), pontos de **máximo** e **mínimo** (relativos e absolutos) e pontos de **inflexão**.

4) Seja $f = y(x)$ definida **implicitamente** por $y^3 e^{x^2} + (y+x) \cdot \cos(x^2) + 2 = 0$.

(a) [0,5 pt] Mostre que $f(0) = -1$.

(b) [1,0 pt] Determine $f'(0)$.

(b) [1,0 pt] Determine $(f^{-1})'(-1)$.