

Aluno: _____

- A prova vale **11 pontos** e tem duração de **1h 50min**.
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- A resposta final deve ser dada a **caneta**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.
- Sugerimos que as respostas, assim como todo o desenvolvimento, sejam feitos em folha(s) de papel **anexa(s)**.

1) (a) [1,5 pt] Seja $h(x) = \text{sen}^2(\ln(x^2))$. Calcule $h'(x)$ e observe que $h'(1) = 0$.

(b) [1,5 pt] Seja $f(x) = x^3 + x$. Calcule $(f^{-1})'(2)$.

2) Considere

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2\text{sen}(x), & x \in (-\infty, 0), \\ (x-1)^2 & x \in [0, 1), \\ x^2 \ln(x), & x \in [1, \infty). \end{cases}$$

(a) [1,0 pt] Determine os pontos onde f **não é** derivável.

(b) [1,0 pt] Calcule f' (observe seu domínio).

3) [1,5 pt] Calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}$.

4) Seja $p(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$.

(a) [1,0 pt] Mostre que p possui uma **raíz** no intervalo $(0,1)$.

(b) [1,0 pt] Mostre que a raíz obtida no ítem (a) é a **única** raíz de p no intervalo $(0,1)$.

(c) [1,0 pt] Determine a **equação da reta tangente** a p no ponto onde $x = 1$.

5) Seja $y = y(x)$ definida **implicitamente** por $(y+x) \cdot e^{-x} + y^2 \cdot \text{sen}^2(\ln(x^2)) = 0$.

(a) [0,5 pt] Determine $y(1)$.

(b) [1,0 pt] Determine $y'(1)$.

[Caso precise, você pode usar o resultado $h'(1) = 0$, mesmo sem ter feito o ítem 1)(a).]