Universidade Federal Fluminense

Departamento de Matemática Aplicada
VS de Cálculo I-A - Prof. Sérgio Almaraz - Turma D1
14/07/2010

Aluno:____

- A prova vale **10 pontos** e tem duração de **1h 50min.**
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- A resposta final deve ser dada a **caneta**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.
- Sugerimos que as respostas, assim como todo o desenvolvimento, sejam feitos em folha(s) de papel **anexa**(s) .

1) Calcule:

(a) [1,0 pt] $\lim_{x\to 0}\left(1-\frac{sen(x)}{x}\right)\left(\cos(\frac{2}{x})\right)$;

(b) [1,0 pt] $\lim_{x\to 0^+} x^3\ln(x)$.

2) Considere

$$g(x)=\begin{cases} sen(x), & x<0,\\ 3x^2 & 0\le x\le 1,\\ 2x^3+1, & x>1.\end{cases}$$

(a) [1,0 pt] Mostre que g é **contínua**.

(b) [1,0 pt] Determine g' todos os pontos onde g **não é derivável** .

3) Considere $f(x)=\frac{e^x}{x}$.

(a) [1,5 pt] Calcule $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to 0+} f(x)$ e $\lim_{x\to 0-} f(x)$ e determine as **equações** das assíntotas verticais e horizontais de f .

(b) [0,5 pt] Calcule os pontos críticos de f .

(c) [0,5 pt] Mostre que f é **crescente** em $[1,+\infty)$, **decrescente** em $(-\infty,1]\setminus\{0\}$ e calcule seus máximos e mínimos relativos.

(d) [1,0 pt] Mostre que $f''(x)=\frac{x^2-2x+2}{x^3}e^x$ e analise a **concavidade** de f .

Conclua que f não tem ponto de inflexão.

(e) [0,5 pt] Esboce o **gráfico** de f identificando suas **assíntotas** (verticais e horizontais), pontos de **máximo** e **mínimo** (locais e globais).

4) Seja $y = y(x)$ definida **implicitamente** por $y^3 + 3y - 4 - x^3 - x = 0$.

(a) [0,5 pt] Mostre que $y'(x) = \dfrac{3x^2 + 1}{3y(x)^2 + 3}$.

(b) [0,5 pt] Determine $y'(0)$.

(c) [0,5 pt] Use o **teorema do valor intermediário** para mostrar que $y(x)$ possui raiz.

[Sugestão: mostre que $y(x) = \dfrac{x^3 + x + 4}{y(x)^2 + 3}$.]

(d) [0,5 pt] Use o **teorema de Rolle** para mostrar que a raiz encontrada no item **(c)** é a única raiz de $y(x)$.