Universidade Federal Fluminense

Departamento de Matemática Aplicada
VS de Cálculo Aplicado I - Prof. Sérgio Almaraz
Turma A1 - 14/07/2010

Aluno: ____

- A prova vale **10 pontos** e tem duração de **1h 50min.**
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- A resposta final deve ser dada a **caneta**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.
- Sugerimos que as respostas, assim como todo o desenvolvimento, sejam feitos em folha(s) de papel **anexa**(s) .

1) Calcule:

(a) [1,0 pt] $\begin{cases} y' = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x^3} \\ y(1) = \dfrac{3}{2} \end{cases}$;

(b) [1,0 pt] $\begin{cases} y' = \dfrac{x}{2x^2 + e^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$;

2) Considere

$$g(x) = \begin{cases} sen(x), & x < 0, \\ 3x^2 & 0 \le x \le 1, \\ 2x^3 + 1, & x > 1. \end{cases}$$

(a) [1,0 pt] Mostre que g é **contínua**.
(b) [1,0 pt] Determine todos os pontos onde g **não é derivável** .

3) Considere $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$.
(a) [1,5 pt] Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 0+} f(x)$ e $\lim\limits_{x \to 0-} f(x)$ e determine as **equações** das assíntotas verticais e horizontais de f .
(b) [0,5 pt] Calcule os pontos críticos de f .
(c) [0,5 pt] Mostre que f é **crescente** em $[1, +\infty)$, **decrescente** em $(-\infty, 1] \setminus \{0\}$ e calcule seus máximos e mínimos relativos.

(d) [1,0 pt] Mostre que $f''(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x^3} e^x$ e analise a **concavidade** de f.
Conclua que f não tem ponto de inflexão.
(e) [0,5 pt] Esboce o **gráfico** de f identificando suas **assíntotas** (verticais e horizontais), pontos de **máximo** e **mínimo** (locais e globais).

4) Seja $y = y(x)$ definida **implicitamente** por $y^3 + 3y - 4 - x^3 - x = 0$.
(a) [0,5 pt] Mostre que $y'(x) = \dfrac{3x^2 + 1}{3y(x)^2 + 3}$.
(b) [0,5 pt] Determine $y'(0)$.
(c) [0,5 pt] Use o **teorema do valor intermediário** para mostrar que $y(x)$ possui raiz.
[Sugestão: mostre que $y(x) = \dfrac{x^3 + x + 4}{y(x)^2 + 3}$.]
(d) [0,5 pt] Use o **teorema de Rolle** para mostrar que a raiz encontrada no item **(c)** é a única raiz de $y(x)$.