

Aluno: \_\_\_\_\_

- A prova vale **12 pontos** e tem duração de **1h 50min**.
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- A resposta final deve ser dada a **caneta**.
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.
- Sugerimos que as respostas, assim como todo o desenvolvimento, sejam feitos em folha(s) de papel **anexa(s)** .

1) Considere

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \cos(x), & x \in (-\infty, 0), \\ x & x \in [0, 1), \\ x^2 e^{1-x}, & x \in [1, \infty). \end{cases}$$

- (a) [1,0 pt] Determine os pontos onde  $f$  **não** é derivável.
- (b) [1,0 pt] Calcule  $f'$  (observe seu domínio).
- (c) [1,0 pt] Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2) Seja  $g(x) = -x(x^2 + 1)$ .

- (a) [1,0 pt] Mostre que  $g$  é **inversível**.
- (b) [1,0 pt] Calcule  $g^{-1}(-2)$ .
- (c) [1,0 pt] Calcule  $(g^{-1})'(-2)$ .

3) Seja  $h(x) = \text{sen}^2(\ln(x^2))$ .

- (a) [1,5 pt] Calcule  $h'(x)$  e observe que  $h'(1) = 0$ .
- (b) [1,5 pt] Use o **teorema de Rolle** para mostrar que  $\exists x_0 \in (1, e^{\frac{\pi}{2}})$  tal que  $h''(x_0) = 0$ .

4) Seja  $y = y(x)$  definida **implicitamente** por  $(y + x) \cdot e^{-x} + y^2 \cdot \text{sen}^2(\ln(x^2)) = 0$ .

- (a) [1,5 pt] Determine  $y(1)$ .
- (b) [1,5 pt] Determine  $y'(1)$ .

[Caso precise, você pode usar os resultados da **questão 3**], mesmo sem tê-la feito.]