

Aluno: _____

- A prova vale **10 pontos** e tem duração de **1h 50min.**
- **Não é permitido** sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
- Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.
- A resposta final deve ser dada a **caneta.**
- As respostas não precisam ser dadas na ordem abaixo, mas cada resposta deve ser **numerada** de acordo com a questão correspondente.
- Sugerimos que as respostas, assim como todo o desenvolvimento, sejam feitos em folha(s) de papel **anexa(s)** .

1) Calcule:

(a) [1,0 pt] $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx;$

(b) [1,0 pt] $\int_1^2 \frac{x^4 + x + 1}{x^2} dx;$

2) Considere

$$g(x) = \begin{cases} \text{sen}(x), & x < 0, \\ 3x^2 & 0 \leq x \leq 1, \\ 2x^3 + 1, & x > 1. \end{cases}$$

- (a) [1,0 pt] Mostre que g é **contínua**.
- (b) [1,0 pt] Determine todos os pontos onde g **não é derivável** .

3) Considere $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

(a) [1,5 pt] Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ e determine as **equações** das assíntotas verticais e horizontais de f .

(b) [0,5 pt] Mostre que f é **crescente** em $[1, +\infty)$ e **decrecente** em $(-\infty, 1]$.

(c) [1,0 pt] Mostre que $f''(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^3} e^x$ e analise a **concavidade** de f .

(d) [1,0 pts] Esboce o **gráfico** de f identificando suas **assíntotas** (verticais e horizontais), pontos de **máximo** e **mínimo** (locais e globais) e pontos de **inflexão**.

(continua)

4) Seja $y = y(x)$ definida **implicitamente** por $y^3 + 3y - 4 - x^3 - x = 0$.

(a) [0,5 pt] Mostre que $y'(x) = \frac{3x^2 + 1}{3y(x)^2 + 3}$.

(b) [0,5 pt] Determine $y'(0)$.

(c) [0,5 pt] Use o **teorema do valor intermediário** para mostrar que $y(x)$ possui raiz.

[Sugestão: mostre que $y(x) = \frac{x^3 + x + 4}{y(x)^2 + 3}$.]

(d) [0,5 pt] Use o **teorema de Rolle** para mostrar que a raiz encontrada no item (c) é a única raiz de $y(x)$.