

Turma H1 - 05/07/2017

Questão	Pontos	Notas
1	15	
2	15	
3	15	
4	15	
5	20	
6	20	
Total	100	

Não é permitido sair da sala durante a prova nem usar calculadora.
 Respostas sem uma **justificava correta** não serão consideradas.

Questão 1 (15 pontos)

Determine o número c tal que a função abaixo seja contínua em $(-\infty, \infty)$.

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x, & x < 2, \\ x^3 - cx, & x \geq 2. \end{cases}$$

Questão 2 (15 pontos)

Esboce o gráfico de uma função que satisfaça as seguintes condições ao mesmo tempo:

$$f'(5) = 0, f'(x) < 0 \text{ quando } x < 5,$$

$$f'(x) > 0 \text{ quando } x > 5, f''(2) = 0, f''(8) = 0,$$

$$f''(x) < 0 \text{ quando } x < 2 \text{ ou } x > 8,$$

$$f''(x) > 0 \text{ para } 2 < x < 8, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3.$$

Questão 3 (15 pontos)

Determine se $f'(0)$ existe ou não.

(a) Se

$$f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen}(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

(b) Se

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Questão 4 (15 pontos)

Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \operatorname{sen}(\operatorname{sen}(x))$ no ponto $(\pi, 0)$.

Questão 5 (20 pontos)

Mostre que a equação $2x + \cos(x) = 0$ tem exatamente uma raiz real.

Questão 6 (20 pontos)

Está vazando água de um tanque cônico invertido a uma taxa de $10000 \text{ cm}^3/\text{min}$. Ao mesmo tempo, água está sendo bombeada para dentro do tanque a uma taxa constante. O tanque tem 6 m de altura e o diâmetro no topo é de 4 m. Se o nível da água estiver subindo a uma taxa de $20 \text{ cm}/\text{min}$ quando a altura for de 2 m, encontre a taxa segundo a qual a água está sendo bombeada para dentro do tanque.