Capítulo 9

Solução dos Exercícios - Capítulos 1 a 3

9.1 Capítulo 1

1. (a) Como o valor se refere aos pacientes estudados, e não a *todos* os pacientes, esse é o valor de uma estatística amostral.
   (b) Estatística amostral - foi testada uma amostra
   (c) Parâmetro populacional - a companhia realizou os cálculos com base em todos os clientes
   (d) Parâmetro populacional - o fabricante está se referindo à população de todas as baterias. Embora ele não tenha condições de testar todas as baterias, ele está fazendo uma hipótese sobre o parâmetro populacional. No estudo de teste de hipóteses, o procedimento se baseia na hipótese que se faz sobre um parâmetro populacional.

2. Como estamos trabalhando com amostras de tamanho 2, a média e a mediana amostrais são as mesmas, ou seja, a distribuição amostral da mediana amostral $\widehat{Q}_2$ é igual à distribuição da média amostral. Logo, $\mathrm{E}\left(\widehat{Q}_2\right) = 4,0$, que é diferente da mediana populacional, que é 3,5.

3.

$$X \sim Bern(p) \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} X_i \sim Bin\,(n;p) \Rightarrow \qquad \mathrm{E}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = np \qquad \mathrm{Var}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = np(1-p)$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}(\tilde{P}) &= \frac{n}{n+1}p \\
\mathrm{B}(\tilde{P}) &= \frac{n}{n+1}p - p = \frac{-p}{n+1} \\
\mathrm{Var}(\tilde{P}) &= \frac{np(1-p)}{(n+1)^2} \\
\mathrm{EQM}(\tilde{P}) &= \frac{np(1-p)}{(n+1)^2} + \frac{p^2}{(n+1)^2} = \frac{np(1-p)+p^2}{(n+1)^2}
\end{aligned}$$

Note que $\tilde{P}$ é viesado para estimar p e para um tamanho n fixo de amostra, o EQM máximo ocorre quando $p = \frac{1}{2}\frac{n}{n-1}$.

4.

$$\mathrm{E}(\widetilde{\sigma}^2) = \sigma^2 \Leftrightarrow C\left[\mathrm{E}(X_1 - X_2)^2 + \mathrm{E}(X_3 - X_4)^2 + \mathrm{E}(X_{\_}X_6)^2\right] = \sigma^2$$

Como as X_i's são iid, segue que

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}(X_i - X_{i+1})^2 &= \mathrm{E}(X_i^2) + \mathrm{E}(X_{i+1}^2) - 2\,\mathrm{E}(X_i X_{i+1}) \\
&= \mathrm{Var}(X_i) + [\mathrm{E}(X_i)]^2 + \mathrm{Var}(X_{i+1}) + [\mathrm{E}(X_{i+1})]^2 - 2\,\mathrm{E}(X_i)\,\mathrm{E}(X_{i+1}) \\
&= \sigma^2 + \mu^2 + \sigma^2 + \mu^2 - 2\mu \cdot \mu = 2\sigma^2
\end{aligned}$$

Logo,

$$\mathrm{E}(\widetilde{\sigma}^2) = \sigma^2 \Leftrightarrow C\left[3 \cdot 2\sigma^2\right] = \sigma^2 \Leftrightarrow C = \frac{1}{6}$$

5. .

	Vento (X)	Onda (Y)	XY	X^2
	9	2,9	26,1	81
	11	1,4	15,4	121
	10	1,7	17,0	100
	10	0,9	9,0	100
	11	1,2	13,2	121
	9	1,0	9,0	81
	9	1,5	13,5	81
	6	0,7	4,2	36
	9	1,9	17,1	81
	5	0,1	0,5	25
	8	2,0	16,0	64
	9	2,6	23,4	81
	12	3,0	36,0	144
	9	1,7	15,3	81
	12	2,1	25,2	144
	9	1,5	13,5	81
	12	3,1	37,2	144
	8	2,7	21,6	64
	7	0,4	2,8	49
	13	2,5	32,5	169
	9	1,7	15,3	81
	8	0,6	4,8	64
	6	0,7	4,2	36
	8	1,4	11,2	64
Soma	219	39,3	384	2093

$$\begin{aligned}
\widehat{b} &= \frac{384 - \dfrac{219 \cdot 39,3}{24}}{2093 - \dfrac{219^2}{24}} = 0,268296 \\
\widehat{a} &= \frac{39,3}{24} - 0,268296 \cdot \frac{219}{24} = -0,8107
\end{aligned}$$

e a equação da reta é

$$\widehat{\text{Onda}} = -0,8107 + 0,268296 \cdot \text{Vento}$$

9.2 Capítulo 2

1. $\overline{X} \sim N\left(15; \frac{2,5^2}{18}\right)$

(a)

$$
\begin{aligned}
P(14,5 \leq \overline{X} \leq 16) &= P\left(\frac{14,5-15}{\sqrt{\frac{2,5^2}{18}}} \leq Z \leq \frac{16-15}{\sqrt{\frac{2,5^2}{18}}}\right) = P(-0,85 \leq Z \leq 1,70) \\
&\underbrace{=}_{\text{Tabela 1}} P(-0,85 \leq Z \leq 0) + P(0 < Z \leq 1,70) = P(0 \leq Z \leq 0,85) + P(0 \leq Z \leq 1,70) \\
&= 0,3023 + 0,4554 = 0,7577 \\
&\underbrace{=}_{\text{Tabela 2}} \Phi(1,70) - \Phi(-0,85) = \Phi(1,70) - [1 - \Phi(0,85)] = 0,9554 - (1 - 0,8023) = 0,7577
\end{aligned}
$$

(b)

$$
\begin{aligned}
P(\overline{X} > 16,1) = P\left(Z > \frac{16,1-15}{\sqrt{\frac{2,5^2}{18}}}\right) = P(Z > 1,87) &\underbrace{=}_{\text{Tabela 2}} 1 - \Phi(1,87) = 1 - 0,9693 = 0,0307 \\
&\underbrace{=}_{\text{Tabela 2}} 0,5 - P(0 \leq Z \leq 1,87) = 0,5 - 0,4693 = 0,0307
\end{aligned}
$$

2. Os erros são:

E_1 : estabelecer que são da máquina 1, quando na verdade foram produzidos pela máquina 2 ou E_2 : estabelecer que são da máquina 2, quando na verdade foram produzidos pela máquina 1. A regra de decisão é a seguinte:

$$
\begin{aligned}
\overline{X} &> 23 \Longrightarrow \text{máquina 2} \\
\overline{X} &\leq 23 \Longrightarrow \text{máquina 1}
\end{aligned}
$$

Na máquina 1 o comprimento é $N(20; 16)$ e na máquina 2, $N(25; 16)$.

$$
\begin{aligned}
P(E_1) &= P\left[\overline{X} \leq 23 \,|\, \overline{X} \sim N\left(25; \frac{16}{16}\right)\right] = P\left(Z \leq \frac{23-25}{1}\right) = P(Z \leq -2) \\
&\underbrace{=}_{\text{Tabela 2}} 1 - \Phi(2,00) = 1 - 0,9772 \underbrace{=}_{\text{Tabela 1}} 0,5 - P(0 \leq Z \leq 2) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P(E_2) &= P\left[\overline{X} > 23 \,|\, \overline{X} \sim N\left(20; \frac{16}{16}\right)\right] = P\left(Z > \frac{23-20}{1}\right) = P(Z > 3) \\
&\underbrace{=}_{\text{Tabela 2}} 1 - \Phi(3,00) = 1 - 0,9987 \underbrace{=}_{\text{Tabela 1}} 0,5 - P(0 \leq Z \leq 3) = 0,5 - 0,4987 = 0,0013
\end{aligned}
$$

3. Note que e é igual a $\overline{X}$ menos uma constante e sabemos que $E(\overline{X}) = \mu$ e $Var(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$.

   (a) Das propriedades da média e da variância, resulta que

$$
\begin{aligned}
E(e) &= E(\overline{X}) - \mu = \mu - \mu = 0 \\
Var(e) &= Var(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}
\end{aligned}
$$

   (b) $X \sim N(\mu; 20^2)$ e $n = 100$. Queremos

$$
\begin{aligned}
P(|e| > 2) &= P(e < -2) + P(e > 2) = P(\overline{X} - \mu < -2) + P(\overline{X} - \mu > 2) \\
&= P\left(\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{20}{10}} < -\frac{2}{\frac{20}{10}}\right) + P\left(\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{20}{10}} > \frac{2}{\frac{20}{10}}\right) = P(Z < -1) + P(Z > 1) = 2 \times P(Z > 1) \\
&\underbrace{=}_{\text{Tabela 1}} 2 \times [0,5 - P(0 \leq Z \leq 1)] = 2 \times (0,5 - 0,3413) = 0,3174 \\
&\underbrace{=}_{\text{Tabela 2}} 2\,[1 - \Phi(1)] = 2\,(1,0 - 0,8413) = 0,3174
\end{aligned}
$$

(c)

$$P(|e| > \delta) = 0,01 \Leftrightarrow P(e < -\delta) + P(e > \delta) = 0,01 \Leftrightarrow P(\overline{X} - \mu < -\delta) + P(\overline{X} - \mu > \delta) = 0,01 \Leftrightarrow$$

$$P\left(\frac{\overline{X} - \mu}{\frac{20}{10}} < -\frac{\delta}{\frac{20}{10}}\right) + P\left(\frac{\overline{X} - \mu}{\frac{20}{10}} > \frac{\delta}{\frac{20}{10}}\right) = 0,01 \Leftrightarrow P\left(Z < -\frac{\delta}{2}\right) + P\left(Z > \frac{\delta}{2}\right) = 0,01 \Leftrightarrow$$

$$2 \times P\left(Z > \frac{\delta}{2}\right) = 0,01 \Leftrightarrow P\left(Z > \frac{\delta}{2}\right) = 0,005 \Leftrightarrow 0,5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{\delta}{2}\right) = 0,005$$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{P\left(0 \leq Z \leq \frac{\delta}{2}\right) = 0,495}_{\text{corpo da Tabela 1}} \Leftrightarrow \frac{\delta}{2} = 2,58 \Leftrightarrow \delta = 5,16$$

(d)

$$P(|e| < 1) = 0,95 \Leftrightarrow P(-1 < \overline{X} - \mu < 1) = 0,95 \Leftrightarrow P\left(-\frac{1}{\frac{20}{\sqrt{n}}} < Z < \frac{1}{\frac{20}{\sqrt{n}}}\right) = 0,95 \Leftrightarrow$$

$$P\left(-\frac{1}{\frac{20}{\sqrt{n}}} < Z < 0\right) + P\left(0 \leq Z < \frac{1}{\frac{20}{\sqrt{n}}}\right) = 0,95 \Leftrightarrow 2 \times P\left(0 \leq Z < \frac{1}{\frac{20}{\sqrt{n}}}\right) = 0,95 \Leftrightarrow$$

$$\underbrace{P\left(0 \leq Z < \frac{1}{\frac{20}{\sqrt{n}}}\right) = 0,475}_{\text{corpo da Tabela 1}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{n}}{20} = 1,96 \Leftrightarrow \sqrt{n} = 39,2 \Leftrightarrow n \approx 1537$$

4. Parafusos pequenos: $X < 8,5$, onde X é o comprimento do parafuso.

   (a) $X \sim N(\mu; 1)$. Como $P(X < 8,5) = 0,05$, resulta que 8,5 tem que ser menor que μ, ou seja, a abscissa $\frac{8,5-\mu}{1}$ tem que estar no lado negativo da escala da normal padronizada.

$$P(X < 8,5) = 0,05 \Leftrightarrow P\left(Z < \frac{8,5 - \mu}{1}\right) = 0,05 \Leftrightarrow P\left(Z > -\frac{8,5 - \mu}{1}\right) = 0,05 \Leftrightarrow$$

$$\underbrace{P(0 \leq Z \leq \mu - 8,5) = 0,45}_{\text{Corpo da Tabela 1}} \Leftrightarrow \mu - 8,5 = 1,64 \Leftrightarrow \mu = 10,14$$

   (b) Parada desnecessária: amostra indica processo fora de controle ($\overline{X} < 9$), quando, na verdade, o processo está sob controle ($\mu = 10,14$).

$$\begin{aligned} P\left[\overline{X} < 9 \,|\, \overline{X} \sim N\left(10,14; \frac{1}{4}\right)\right] &= P\left(Z < \frac{9 - 10,14}{0,5}\right) = P(Z < -2,28) = P(Z > 2,28) \\ &= 0,5 - \underbrace{P(0 \leq Z \leq 2,28)}_{\text{Tabela 1}} = 0,5 - 0,4887 = 0,0113 \end{aligned}$$

   (c) Máquina desregulada: $\overline{X} > 9$; processo operando sem ajuste: $X \sim N(9,5; 1)$

$$\begin{aligned} P\left[\overline{X} > 9 \,|\, \overline{X} \sim N\left(9,5; \frac{1}{4}\right)\right] &= P\left(Z > \frac{9 - 9,5}{0,5}\right) = P(Z > -1) = P(-1 < Z < 0) + P(Z \geq 0) \\ &= \underbrace{P(0 < Z < 1)}_{\text{Tabela 1}} + P(Z \geq 0) = 0,3413 + 0,5 = 0,8413 \end{aligned}$$

5. Afirmativa do gerente: $\mu = 2$ e $\sigma = 0,05$. Como $n = 100$, podemos usar o teorema limite central . Logo, $\overline{X} \approx N\left(2; \frac{0,05^2}{100}\right)$.

$$\begin{aligned} P(\overline{X} \leq 1,985) &= P\left(Z \leq \frac{1,985 - 2}{\frac{0,05}{10}}\right) = P(Z \leq -3,0) = P(Z \geq 3,0) = 0,5 - \underbrace{P(0 \leq Z < 3,0)}_{\text{Tabela 1}} \\ &= 0,5 - 0,4987 = 0,0013 \end{aligned}$$

A probabilidade de se obter esse valor nas condições dadas pelo gerente é muito pequena, o que pode nos fazer suspeitar da veracidade das afirmativas. É provável que, ou a média não seja 2 (e, sim, menor que 2), ou o desvio padrão não seja 0,05 (e, sim, maior que 0,05). Esboce gráficos da normal para compreender melhor esse comentário!

6. (a) $18 \times 0,4 = 7,2 > 5 \qquad 18 \times 0,6 = 10,8 > 5 \qquad X \approx N(7,2; 4,32)$

$$P(X \geq 15) \approx P\left(Z \geq \frac{14,5-7,2}{\sqrt{4,32}}\right) = P(Z \geq 3,51) = 0,5 - 0,4998 = 0,0002$$

$$P(X < 2) \approx P\left(Z \leq \frac{1,5-7,2}{\sqrt{4,32}}\right) = P(Z \leq -2,74) = P(Z \geq 2,74) = 0,5 - 0,4969 = 0,0031$$

(b) $40 \times 0,3 = 12 > 5 \qquad 40 \times 0,7 = 28 > 5 \qquad X \approx N(12; 8,4)$

$$P(X < 10) \approx P\left(Z \leq \frac{9,5-12}{\sqrt{8,4}}\right) = P(Z \leq -0,86) = P(Z \geq 0,86) = 0,5 - 0,3051 = 0,1949$$

$$P(25 < X < 28) \approx P\left(\frac{25,5-12}{\sqrt{8,4}} \leq Z \leq \frac{27,5-12}{\sqrt{8,4}}\right) = P(4,66 \leq Z \leq 5,35) \approx 0$$

(c) $65 \times 0,9 = 58,5 > 5 \qquad 65 \times 0,1 = 6,5 > 5 \qquad X \approx N(58,5; 5,85)$

$$P(X = 58) \approx P\left(\frac{57,5-58,5}{\sqrt{5,85}} \leq Z \leq \frac{58,5-58,5}{\sqrt{5,85}}\right) = P(-0,41 \leq Z \leq 0) = P(0 \leq Z \leq 0,41) = 0,1591$$

$$P(60 < X \leq 63) \approx P\left(\frac{60,5-58,5}{\sqrt{5,85}} \leq Z \leq \frac{63,5-58,5}{\sqrt{5,85}}\right) = P(0,83 \leq Z \leq 2,07) = 0,4808 - 0,2967 = 0,1841$$

(d) $100 \times 0,2 = 20,0 > 5 \qquad 100 \times 0,8 = 80,0 > 5 \qquad X \approx N(20; 16)$

$$P(25 \leq X \leq 35) \approx P\left(\frac{24,5-20}{4} \leq Z \leq \frac{35,5-20}{4}\right) = P(1,13 \leq Z \leq 3,88) = 0,4999 - 0,3708 = 0,1291$$

(e) $50 \times 0,2 = 10,0 > 5 \qquad 50 \times 0,8 = 40,0 > 5 \qquad X \approx N(10; 8)$

$$P(X > 26) \approx P\left(Z \geq \frac{26,5-10}{\sqrt{8}}\right) = P(Z \geq 5,83) \approx 0$$

$$\begin{aligned} P(5 \leq X < 10) &\approx P\left(\frac{4,5-10}{\sqrt{8}} \leq Z \leq \frac{9,5-10}{\sqrt{8}}\right) = P(-1,94 \leq Z \leq -0,18) = P(0,18 \leq Z \leq 1,94) \\ &= 0,4738 - 0,0714 = 0,4024 \end{aligned}$$

(f) $np = 35 \qquad n(1-p) = 15 \qquad X \approx N(35; 10,5)$

$$P(X \leq 25) \approx P\left(Z \leq \frac{25,5-35}{\sqrt{10,5}}\right) = P(Z \leq -2,93) = 0,5 - 0,4983 = 0,0017$$

(g) $np = 50 \qquad n(1-p) = 50 \qquad X \approx N(50; 25)$

$$P(42 < X \leq 56) \approx P\left(\frac{42,5-50}{5} \leq Z \leq \frac{56,5-50}{5}\right) = P(-1,5 \leq Z \leq 1,3) = 0,4332 + 0,4032 = 0,8364$$

(h) $np = 50 \qquad n(1-p) = 50 \qquad X \approx N(50; 25)$

$$P(X > 60) \approx P\left(Z \geq \frac{60,5-50}{5}\right) = P(Z \geq 2,1) = 0,5 - 0,4821 = 0,0179$$

(i) $np = 8 \qquad n(1-p) = 12 \qquad X \approx N(8;4,8)$

$$\begin{aligned} \text{P}(X = 5) &\approx \text{P}\left(\frac{4,5-8}{\sqrt{4,8}} \le Z \le \frac{5,5-8}{\sqrt{4,8}}\right) = \text{P}(-1,60 \le Z \le -1,14) = \text{P}(1,14 \le Z \le 1,60) \\ &= 0,44520 - 0,37286 = 0,07234 \end{aligned}$$

(j) $np = 9 \qquad n(1-p) = 21 \qquad X \approx N(9;6,3)$

$$\text{P}(X \ge 12) \approx \text{P}\left(Z \ge \frac{11,5-9}{\sqrt{6,3}}\right) = \text{P}(Z \ge 1) = 0,5 - 0,3413 = 0,1587$$

(k) $np = 8 \qquad n(1-p) = 72 \qquad X \approx N(8;7,2)$

$$\text{P}(9 < X < 11) \approx \text{P}\left(\frac{9,5-8}{\sqrt{7,2}} \le Z \le \frac{10,5-8}{\sqrt{7,2}}\right) = \text{P}(0,56 \le Z \le 0,93) = 0,3238 - 0,2123 = 0,1115$$

(l) $np = 6 \qquad n(1-p) = 24 \qquad X \approx N(8;4,8)$

$$\text{P}(12 \le X \le 16) \approx \text{P}\left(\frac{11,5-8}{\sqrt{4,8}} \le Z \le \frac{16,5-8}{\sqrt{4,8}}\right) = \text{P}(1,60 \le Z \le 3,88) = 0,4999 - 0,4452 = 0,0547$$

(m) $np = 15 \qquad n(1-p) = 35 \qquad X \approx N(15;10,5)$

$$\text{P}(X > 18) \approx \text{P}\left(Z \ge \frac{18,5-15}{\sqrt{10,5}}\right) = \text{P}(Z \quad \ge \quad 1,08) = 0,5 - 0,3599 = 0,1401$$

(n) $np = 5,6 \qquad n(1-p) = 22,4 \qquad X \approx N(5,6;4,48)$

$$\text{P}(X = 6) \approx \text{P}\left(\frac{5,5-5,6}{\sqrt{4,48}} \le Z \le \frac{6,5-5,6}{\sqrt{4,48}}\right) = \text{P}(-0,05 \le Z \le 0,43) = 0,0199 + 0,1664 = 0,1863$$

(o) $np = 38 \qquad n(1-p) = 57 \qquad X \approx N(38;22,8)$

$$\text{P}(30 \le X < 48) \approx \text{P}\left(\frac{29,5-38}{\sqrt{22,8}} \le Z \le \frac{47,5-38}{\sqrt{22,8}}\right) = \text{P}(-1,78 \le Z \le 1,99) = 0,4767 + 0,4625 = 0,9392$$

7. X = “número de pessoas que votaram”. Então $X \sim bin(1002;0,61)$ e $X \approx N(611,22;238,3758)$

$$\text{P}(X \ge 701) \approx \text{P}\left(Z \ge \frac{700,5-611,22}{\sqrt{238.3758)}}\right) = \text{P}(Z \ge 5,78) = 0$$

Se a proporção de votantes é de 61%, a probabilidade de encontrarmos 701 ou mais votantes em uma amostra aleatória simples de 1002 é muito baixa. Talvez as pessoas entrevistadas não estejam sendo sinceras, com vergonha de dizer que não votaram...

8. X = “número de meninas em 64 partos”; $X \sim bin(64;0,5)$ e $X \approx N(32;16)$

$$\text{P}(X \ge 36) \approx \text{P}\left(Z \ge \frac{35,5-32}{4}\right) = \text{P}(Z \ge 0,875) = 0,5 - 0,3106 = 0,1894$$

Esse é um resultado que pode ocorrer por mero acaso, ou seja, não é um resultado não-usual.

9. X = “número de passageiros que se apresentam para o voo em questão”. $X \sim bin(400;0,85)$ e $X \approx N(340;51)$.

$$\text{P}(X > 350) \approx \text{P}\left(Z \ge \frac{350,5-340}{\sqrt{51}}\right) = \text{P}(Z \ge 1,47) = 0,5 - 0,42922 = 0,07078$$

Essa é uma probabilidade um pouco alta; talvez valha a pena a companhia rever a política de reservas e aceitar menos que 400 reservas.

10. X = "número de defeituosos na amostra"; $X \sim bin(20; 0,1)$. A taxa de falhas do processo é constante e igual a 0,1. Embora a amostragem seja feita sem reposição, podemos usar a aproximação binomial, uma vez que temos uma população razoavelmente grande e o tamanho da amostra é bem menor do que o tamanho da população. Note que aqui não podemos usar a aproximação normal, uma vez que $20 \times 0,1 = 2 < 5$. Queremos

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] \\ &= 1 - \binom{20}{0}(0,1)^0(0,9)^{20} - \binom{20}{1}(0,1)(0,9)^{19} = \\ &= 1 - 0,39175 = 0,60825 \end{aligned}$$

9.3 Capítulo 3

1. $1 - \alpha = 0,90 \Longrightarrow z_{0,05} = 1,64$

   $1 - \alpha = 0,99 \Longrightarrow z_{0,005} = 2,58$

   $1 - \alpha = 0,80 \Longrightarrow z_{0,10} = 1,28$

2. $P(0 \leq Z \leq 1,28) = 0,3997 \Longrightarrow (0,5 - \alpha/2) = 0,3997 \Rightarrow \alpha/2 = 0,5 - 0,3997 = 0,1003 \Rightarrow\Rightarrow \alpha = 0,2006 \Rightarrow 1 - \alpha \approx 0,80$ ou 80%

   $P(0 \leq Z \leq 1,80) = 0,4641 \Longrightarrow (0,5 - \alpha/2) = 0,4641 \Rightarrow \alpha/2 = 0,5 - 0,4641 \Rightarrow \alpha/2 = 0,0359 \Rightarrow \alpha = 0,0718 \Rightarrow 1 - \alpha = 0,9282 \approx 0,93$ ou 93%

3. $1 - \alpha = 0,98 \Longrightarrow \alpha/2 = 0,01 - -z_{0,01} = 2,33$

   $$\epsilon = 2,33 \times \frac{2}{\sqrt{36}} = 0,7767$$

   Como a média amostral observada é $\overline{x} = \frac{1236}{36} = 34,333$, o intervalo de confiança é

   $$[34,333 - 0,7767; 34,333 + 0,7767] = [33,556\,;\ 35,110]$$

4. Como a amostra é a mesma, isso significa que a população é a mesma, bem como o tamanho de amostra, ou seja, σ e n são os mesmos. Vimos que um nível de confiança maior resulta em um intervalo de confiança maior; logo, o segundo intervalo foi construído com base em um nível de confiança maior do que o utilizado na construção do primeiro.

5. Mantidos fixos o nível de confiança e o desvio padrão populacional, vimos que a margem de erro é inversamente proporcional à raiz quadrada de n. Assim, para reduzir pela metade a margem de erro, temos que dobrar $\sqrt{n}$, ou seja, temos que quadruplicar o tamanho amostral n.

6. É dado que $X \sim N(\mu; 9)$. Como $n = 25$, sabemos que

   $$\overline{X} \sim N\left(\mu; \frac{9}{25}\right)$$

   Com $1 - \alpha = 0,99$, temos que $\alpha = 0,01$ e $\alpha/2 = 0,005$. Assim, temos que procurar no corpo da tabela a abscissa correspondente ao valor $0,5 - 0,005 = 0,495$,o que nos dá $z_{0,005} = 2,58$. Então

   $$\begin{aligned} &P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99 \Rightarrow \\ &P\left(-2,58 \leq \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{\frac{9}{25}}} \leq 2,58\right) = 0,99 \Rightarrow \\ &P\left(-2,58 \times \sqrt{\frac{9}{25}} \leq \overline{X} - \mu \leq 2,58 \times \sqrt{\frac{9}{25}}\right) = 0,99 \Rightarrow \\ &P(-1,548 \leq \overline{X} - \mu \leq 1,548) = 0,99 \Rightarrow \\ &P(\overline{X} - 1,548 \leq \mu \leq \overline{X} + 1,548) = 0,99 \end{aligned}$$

Como a média amostral obtida é $\overline{x} = \frac{60}{25} = 2,4$ o intervalo de confiança de 99% de confiança é

$$[2,4 - 1,548\,;\ 2,4 + 1,548] = [0,852\,;\ 3,948]$$

7. Queremos $|\epsilon| \leq 0,05$, com $\sigma = 4,2$ e $1-\alpha = 0,95$.

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

Então

$$\begin{aligned} 1,96 \times \frac{4,2}{\sqrt{n}} &\leq 0,05 \Rightarrow \\ \sqrt{n} &\geq \frac{1,96 \times 4,2}{0,05} = 164,64 \Rightarrow \\ n &\geq 27106,3296 \end{aligned}$$

Logo, o tamanho mínimo necessário é $n = 27107$.

8. é dado que $X \sim N(\mu; 0,58^2)$. Como $n = 25$, sabemos que

$$\overline{X} \sim N\left(\mu; \frac{0,58^2}{25}\right)$$

Com $1-\alpha = 0,90$, temos que $\alpha = 0,10$ e $\alpha/2 = 0,05$. Assim, temos que procurar no corpo da tabela a abscissa correspondente ao valor $0,5 - 0,05 = 0,45$,o que nos dá $z_{0,05} = 1,64$. Então

$$\begin{aligned} &P(-1,64 \leq Z \leq 1,64) = 0,90 \Rightarrow \\ &P\left(-1,64 \leq \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{\frac{0,58^2}{25}}} \leq 1,64\right) = 0,90 \Rightarrow \\ &P\left(-1,64 \times \frac{0,58}{5} \leq \overline{X} - \mu \leq 1,64 \times \frac{0,58}{5}\right) = 0,90 \Rightarrow \\ &P(-0,19024 \leq \overline{X} - \mu \leq 0,19024) = 0,90 \Rightarrow \\ &P(\overline{X} - 0,19024 \leq \mu \leq \overline{X} + 0,19024) = 0,90 \end{aligned}$$

Como a média amostral obtida é $\overline{x} = 2,8$ o intervalo de confiança de nível de confiança 99% é

$$[2,8 - 0,19024\,;\ 2,8 + 0,19024] = [2,60976\,;\ 2,99024]$$

9. $\alpha = 0,05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow z_{0,025} = 1,96$

   (a) A margem de erro é

   $$\epsilon = 1,96 \times \frac{5}{\sqrt{50}} = 1,3859$$

   Logo, o intervalo de confiança de nível de confiança 0,95 é

   $$[42 - 1,\ 3859\,;\ 42 + 1,3859] = [40,\ 6141\,;\ 43,3859]$$

   (b) Como visto em (a) a margem de erro é $\epsilon = 1,3859$.

   (c) Temos que reduzir a margem de erro; logo, o tamanho da amostra terá que ser maior que 50.

   $$\begin{aligned} \epsilon &= 1,96 \times \frac{5}{\sqrt{n}} \leq 1 \Rightarrow \\ \sqrt{n} &\geq 1,96 \times 5 = 9,8 \Rightarrow \\ n &\geq 9,8^2 = 96,04 \end{aligned}$$

   Logo, n deve ser no mínimo igual a 97.

10. A média amostral é $\overline{x} = \frac{343120}{10} = 34312$.

    (a) A margem de erro é
    $$\epsilon = 1,96 \times \frac{500}{\sqrt{10}} = 309,9$$
    Logo, o intervalo de confiança de nível de confiança 95% é
    $$[34312 - 309,9\,;\, 34312 + 309,9] = [34002,1\,;\, 34621,9]$$

    (b) A margem de erro é
    $$\epsilon = 2,58 \times \frac{500}{\sqrt{10}} = 407,93$$
    Logo, o intervalo de confiança de nível de confiança 95% é
    $$[34312 - 407,93\,;\, 34312 + 407,93] = [33904,07\,;\, 34719,93]$$

    (c) O gerente deve estar usando o nível de confiança de 99%).

11. (a) $\alpha = 2\% \Rightarrow 1 - \alpha = 98\% \Rightarrow z_{0,01} = 2,33$
    $\widehat{p} = \frac{128}{600} = 0,213\,3$
    $$\epsilon = 2,33 \times \sqrt{\frac{0,213\,3(1 - 0,2133)}{600}} = 0,03897$$
    e o intervalo de confiança é
    $$[0,2133 - 0,03897; 0,2133 + 0,03897] = [0,17433; 0,25227]$$

    (b) $\alpha = 10\% \Rightarrow 1 - \alpha = 90\% \Rightarrow z_{0,05} = 1,64$
    $\widehat{p} = \frac{710}{1200} = 0,59167 =$
    $$\epsilon = 1,64 \times \sqrt{\frac{0,55 \times 0,45}{1200}} = 0,02355$$
    e o intervalo de confiança é
    $$[0,59167 - 0,02355; 0,59167 + 0,02355] = [0,56812; 0,61522]$$

12. O problema pede a estimativa para a proporção dos que não querem a fluoração; logo, $\widehat{p} = \frac{120}{300} = 0,4$

    (a) $\alpha = 5\% \Rightarrow 1 - \alpha = 95\% \Rightarrow z_{0,025} = 1,96$
    $$\epsilon = 1,96 \times \sqrt{\frac{0,4 \times 0,6}{300}} = 0,05544$$
    e o intervalo de confiança é
    $$[0,4 - 0,05544; 0,4 + 0,05544] = [0,34456; 0,045544]$$

    (b) $1 - \alpha = 96\% \Rightarrow z_{0,02} = 2,05$
    $$\epsilon = 2,05 \times \sqrt{\frac{0,4 \times 0,6}{300}} = 0,05798$$
    e o intervalo de confiança é
    $$[0,4 - 0,05798; 0,4 + 0,05798] = [0,34202; 0,045798]$$

13. É dado que $n = 100$, $\widehat{p} = 0,32$ e $EP(\widehat{P}) = 0,03$.

    $\alpha = 3\% \Rightarrow z_{0,015} = 2,17$

$$\epsilon = 2,17 \times 0,03 = 0,0651$$

$$[0,32 - 0,0651; 0,32 + 0,0651] = [0,2549; 0,3851]$$

14. $\widehat{p} = \frac{57}{150} = 0,38$. Para uma margem de erro de 0,08 e um nível de confiança de 90%, o tamanho da amostra teria que ser

$$n \geq \left(\frac{1,64}{0,08}\right)^2 \times 0,38 \times 0,62 = 99,011$$

    Como o tamanho da amostra é 150, essa amostra é suficiente.

15. (a) $\widehat{p} = \frac{100}{400} = 0,25$

    (b) $EP(\widehat{P}) = \sqrt{\frac{0,25 \times 0,75}{400}} = 0,02651$

    (c) $1 - \alpha = 0,80 \Rightarrow z_{0,1} = 1,28$

$$[0,25 - 1,28 \times 0,021651; 0,25 + 1,28 \times 0,021651] = [0,22229; 0,27771]$$

16. $\widehat{p}_0 = 0,35$

$$n \geq \left(\frac{1,96}{0,05}\right)^2 \times 0,35 \times 0,65 = 349,59$$

    Logo, $n \geq 350$