Mat. Para Economia 3 – Turma A1 – 2016/1 – Profa Ana Maria Luz

Aplicações em EDO

1. Seja *V={y:(a,b)→IR; y é duas vezes diferenciável em (a,b)}* (o espaço vetorial das funções duas vezes diferenciáveis) e *S={y ϵ V; y''-4y=0}*.
a) Considerando a soma usual de funções e o produto usual de uma função por um escalar mostre que S é um subespaço de V.
b) Qual é a dimensão de S? Justifique sua resposta encontrando uma base de S.

2. Considere o sistema de EDO's de 1ª ordem
$\begin{cases} x_1' = 1x_1 + 2x_2 \\ x_2' = 2x_1 + 1x_2 \end{cases}$, onde $x_1=x_1(t)$, $x_2=x_2(t)$, $x_1' = \frac{dx_1}{dt}$, $x_2' = \frac{dx_2}{dt}$
Este sistema pode ser escrito na forma matricial
$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, isto é, x'=Ax, onde x= $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ e A= $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Como A é diagonalizável, sabemos que existe uma matriz P tal que $D=P^{-1}AP$, onde D é uma matriz diagonal que tem os autovalores de A na diagonal principal. Encontre as matrizes P, D e P^{-1}. Fazendo a mudança de variável $y=P^{-1}x$, onde y= $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$, obtemos um sistema de EDO's de 1ª ordem mais simples
$\begin{cases} y_1' = \lambda_1 y_1 \\ y_2' = \lambda_2 y_2 \end{cases}$, onde λ_1 e λ_2 são os autovalores de A.
Neste sistema podemos resolver cada EDO separadamente e obter y_1 e y_2. Fazendo a mudança x=Py, obtenha x_1 e x_2 que são soluções do sistema original.