

ATENÇÃO: RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS NÃO SERÃO ACEITAS !

1 – (2,5 pts) Considere a matriz H dada por $H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Realizando o processo de Gauss -Jordan obtemos a seguinte sequência de matrizes linha-equivalentes a H :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & -4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 5/2 \\ 0 & -4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 5/2 \\ 0 & 0 & 8 & 11 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 5/2 \\ 0 & 0 & 1 & 11/8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -7/8 \\ 0 & 1 & 0 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 11/8 \end{bmatrix}$$

Responda:

a) Qual o posto e a nulidade da matriz H ?

b) Sabendo que H é a matriz aumentada associada a um sistema da forma $Ax=b$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ escreva a

matriz A dos coeficientes do sistema e a matriz-coluna b dos termos independentes.

b.1) Calcule $\det(A)$ através de expansão em cofatores ou usando o método da triangularização.

b.2) A matriz A é invertível? Justifique sua resposta.

b.3) Escreva o conjunto solução do sistema $Ax=b$.

2. (2,0 pts) Admita que $\det A = 3$, onde $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$. Ache:

a) $\det(2.A)$ b) $\det(3.A^{-1})$ c) $\det(3.A)^{-1}$ d) $\det \begin{pmatrix} a & 3g & d \\ b & 3h & e \\ c & 3i & f \end{pmatrix}$

3. (1,5 pts) Uma costureira produz roupas customizadas: blusas, saias e vestidos. Cada blusa leva 1 hora para ser costurada, 2 horas para ser tingida e 2 horas para ser customizada. Cada saia leva 2 horas para ser costurada, 2 horas para ser tingida e 4 horas para ser customizada. Cada vestido leva 2 horas para ser costurado, 2 horas para ser tingido e 3 horas para ser customizado. A costureira utiliza a máquina de costura durante 12 horas por semana, a bancada para tingir 14 horas por semana, e a bancada para customizar as roupas 21 horas por semana. Quantas roupas (por semana) de cada tipo a costureira consegue produzir?

ATENÇÃO: Respostas sem justificativas não serão aceitas!

4. (1,5 pts) Para quais valores da constante k o sistema abaixo

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_2 + x_3 = k \end{cases}$$

não tem solução? Exatamente uma solução? Infinitas soluções? Exlique o seu raciocínio.

5. (2,5 pts) As equações da demanda e oferta para dois bens independentes são dadas por

$$Q_{D_1} = 200 - 2P_1 - 2P_2$$

$$Q_{D_2} = 100 - P_1 - 2P_2$$

$$Q_{S_1} = -40 + P_1$$

$$Q_{S_2} = -20 + P_2$$

a) Mostre que o preço de equilíbrio ($Q_{D_i} = Q_{S_i}, i = 1, 2$) satisfaz

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 240 \\ 120 \end{bmatrix}$$

b) Use a regra de Cramer para encontrar o preço de equilíbrio do bem 1 (P_1) e do bem 2 (P_2).

BOA PROVA!!!