Universidade Federal Fluminense — Instituto de Matemática

P2- Tipo A- Mat. Para Economia 3 – Turma A1 – 2016/1 – Profa Ana Maria Luz

ATENÇÃO: Respostas sem justificativas não serão consideradas!

1. (1.0 pt) Qual é a equação geral do plano que passa pelo ponto $P_o=(2,1,2)$ e é perpendicular a reta cujas equações paramétricas são: $x=2+2t,\ y=1-3t,\ z=2+4t$. Verifique se este plano intersecta a origem (0,0,0).

2. a) (1.0 pt) Determine m para que o conjunto {(1,0,-1),(1,1,0),(m,1,-1)} seja LD
b) (1,0 pt) Para o valor de "m" obtido no item a) determine o subespaço do IR^3 gerado pelo conjunto {(1,0,-1),(1,1,0),(m,1,-1)}.

3. Seja **Ax=b** o sistema linear $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

a) (1,5 pts) Mostre que **b** está no espaço coluna de A e expresse **b** como uma combinação linear dos vetores-coluna de A. (Lembre-se: Um sistema **Ax=b** é consistente se, e somente se, **b** está no espaço coluna de A). Qual a dimensão do espaço coluna de A?

b) (1,0 pt) Resolva o sistema homogêneo associado e exiba uma base para o espaço-nulo de A.

c) (0,5 pt) Escreva a solução de **Ax=b** na forma: solução particular de Ax=b+ $(c_1v_1+...+c_kv_k)$, onde k=nulidade de A e $v_1,..., v_k$ são os vetores da base do espaço-nulo.

4, (1,5 pts) Aplique o processo de Gram-Schmidt para transformar os vetores da base A={(1,0),(1,1)} em uma base ortogonal, depois normalize (se necessário) para obtenção de uma base ortonormal. Seja B a base ortonormal obtida, determine a matriz de mudança de base de A para a base B.

5 . (2,5 pts) Considere o sistema de EDO's de 1ª ordem
$\begin{Bmatrix} x_1{}'=1x_1+2x_2 \\ x_2{}'=2x_1+1x_2 \end{Bmatrix}$, onde $x_1=x_1(t),\ x_2=x_2(t)$, $x_1=\dfrac{dx_1}{dt},\ x_2=\dfrac{dx_2}{dt}$
Este sistema pode ser escrito na forma matricial
$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}'=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, isto é, x'=Ax, onde x= $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ e A= $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Como A é diagonalizável, sabemos que existe uma matriz P tal que $D=P^{-1}AP$, onde D é uma matriz diagonal que tem os autovalores de A na diagonal principal. Encontre as matrizes P, D e P^{-1}. Fazendo a mudança de variável $y=P^{-1}x$, onde y= $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$, obtemos um sistema de EDO's de 1ª ordem mais simples
$\begin{Bmatrix} y_1{}'=\lambda_1 y_1 \\ y_2{}'=\lambda_2 y_2 \end{Bmatrix}$, onde λ_1 e λ_2 são os autovalores de A.
Neste sistema podemos resolver cada EDO separadamente e obter y_1 e y_2. Fazendo a mudança x=Py, **obtenha x_1 e x_2 que são soluções do sistema original.**

BOA PROVA!!!