Universidade Federal Fluminense — Instituto de Matemática e Estatística

$2^{\underline{a}}$ Prova de Matemática Discreta	Turma A2(S.I.)/C2 (C.C)	2011/2	Prof^a. Ana Maria Luz

ATENÇÃO: Respostas sem justificativas **NÃO** serão aceitas.

$1^{\underline{a}}$ **Questão**[2 pts]

(a) Prove que para quaisquer relações R e S temos que $(R \cap S)^{-1} = R^{-1} \cap S^{-1}$.

(b) Sejam A e B conjuntos tais que $T_1 \subseteq A \times B$ e $T_2 \subseteq B \times C$. Prove que se $R \subseteq T_1$ e $S \subseteq T_2$ então $R; S \subseteq T_1; T_2$.

$2^{\underline{a}}$ **Questão**[1 pt] Defina uma endorrelação que seja simultaneamente simétrica e anti-simétrica e determine os correspondentes grafo e matriz.

$3^{\underline{a}}$ **Questão** [2,5 pts] Seja $A = \{1, 2, 3\}$ e $R \subseteq A \times A$ representada pelo grafo mostrado abaixo

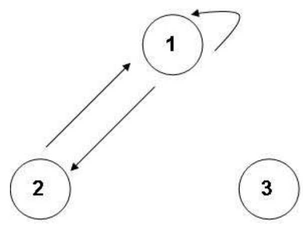

Figura 1: Grafo de R

(a) A partir do grafo: indentifique e escreva a endorrelação R.

(b) Encontre o fecho-reflexivo,fecho-simétrico e fecho-transitivo de R.

(c) Represente cada um dos fechos acima como grafo e como matriz.

(Lembrete: a notação usada, por exemplo, para o fecho-reflexivo é: Fecho-{reflexiva}(R))

$4^{\underline{a}}$ **Questão**[2 pts] Verdadeiro ou falso? Justifique, apresentando uma prova discursiva ou um contra-exemplo, conforme o caso. Sejam a,b, c, d,n e z inteiros com $n > 1$ e $z > 1$:

(a) Se $a \equiv b(mod\, n)$ e $c \equiv d(mod\, n)$, então $a + c \equiv b + d(mod\, n)$. ( )

(b) $a \equiv b(mod\, n)$ e $c \equiv d(mod\, z)$, então $ac \equiv bd(mod\, nz)$. ( )

$5^{\underline{a}}$ **Questão** [2,5 pts] Seja A um conjunto e $\mathscr{P}$ uma partição de A. Considere a relação definida por:

$$a \equiv_{\mathscr{P}} b \Leftrightarrow \text{existe } X \in \mathscr{P} \text{ tal que } a, b \in X$$

(a) Prove que $\equiv_{\mathscr{P}}$ é uma relação de equivalência em A.

(b) Seja $A = \{a, b, c, d, e, f\}$. Considere as seguintes partições de A: $\mathscr{P}_1 = \{\{a\}, \{b, c\}, \{d, e\}, \{f\}\}$ e $\mathscr{P}_2 = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e, f\}\}$. Encontre as respectivas classes de equivalência e os respectivos conjuntos quociente induzidos por $\equiv_{\mathscr{P}_1}$ e por $\equiv_{\mathscr{P}_2}$.

BOA PROVA!!!