



3ª Prova de Matemática Discreta | Turma B2 | 2011/2 | Prof^a. Ana Maria Luz

ATENÇÃO: Respostas sem justificativas NÃO serão aceitas.

 $1^{\underline{\mathbf{a}}}$ Questão[2 pts] Considere o conjunto $A = \{1, 2, 3\}$ e as endorrelações R e S em A:

$$R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3)\}$$

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,3)\}$$

- (a) R é relação de equivalência? S é relação de equivalência? Justifique suas respostas.
- (b) R é relação de ordem? S é relação de ordem? Justifique suas respostas.
- $2^{\underline{\mathbf{a}}}$ Questão[2 pts] Considere a relação "x divide y" em $A = \{1, 2, 3, 6, 12, 18, 36\}$.
 - (a) Desenhe o diagrama de Hasse para a relação "x divide y" em $A = \{1, 2, 3, 6, 12, 18, 36\}$.
 - (b) A possui elementos minimais segundo a relação "x divide y"? Caso afirmativo: quais?
 - (c) A possui elemento mínimo segundo a relação "x divide y"? Caso afirmativo: qual? Seja $X=\{2,3,6\}$. Responda
 - (d) X é limitado superiormente em A, segundo a relação "x divide y"?
 - (e) X possui supremo em A, segundo a relação "x divide y"? Caso afirmativo: qual elemento é o supremo de X em A?

3ª Questão [2 pts]

- (a) Prove que: "Seja $R \subseteq A \times A$. R é relação total se, e somente se, $I_A \subseteq R; R^{-1}$." (Lembrando que $I_A = \{(x,x); x \in A\}$)
- (b) Mostre que a composição de funções sobrejetivas é uma função sobrejetiva.

4^a Questão

- (a) [1,5 pt] Fichas podem ser azuis, vermelhas ou amarelas; circulares, retangulares ou triangulares; finas ou grossas. Quantos tipos de fichas existem?
- (b) [0,5 pt] Quantas pessoas precisam estar no mesmo quarto para se garantir que pelo menos duas fazem aniversário no mesmo mês?

5ª Questão

(a) [1,5 pt] Prove que de fato a função $f: \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ dada por:

$$f(n) = -n/2$$
, se n é par

$$f(n) = (n+1)/2$$
, se n é impar

é bijetora. Com isso mostramos que o conjunto $\mathbb Z$ é _____

(b) [0,5 pt] Prove que nem sempre a diferença de conjuntos não enumeráveis é não enumerável.