Universidade Federal Fluminense

Instituto de Matemática

| GAN00147 - P1 de Mat. p/ Economia III | Turma A1 | 2012/2 | Profa. Ana Maria Luz |
|---|---|---|---|

**ATENÇÃO**: Justifique todas as suas respostas!

---

**1ª Questão.**[2 pontos] Determine os valores de $m$ para que o sistema abaixo seja:

(a) incompatível;

(b) compatível e indeterminado.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \\ x_1 + x_3 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= m \end{cases}$$

(c) Seja A a matriz dos coeficientes do sistema acima, calcule det(A) através de expansão em cofatores ou usando o método da triangulação.

---

**2ª Questão.**[2 pontos] Sejam $v_1 = (1, 2, 0)$, $v_2 = (3, 0, 1)$ e $v_3 = (2, -2, 1)$ vetores do $\mathbb{R}^3$.

(a) Encontre o subespaço $S$ de $\mathbb{R}^3$ gerado por $\{v_1, v_2, v_3\}$.

(b) Mostre que $\{v_1, v_2, v_3\}$ é linearmente dependente (L.D) e que $\{v_1, v_2\}$ é uma base para $S$.

---

**3ª Questão.**[2 pontos] Considere a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}.$$

(a) Escreva a lei da transformação $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida pela matriz $A$.

(b) Considere o sistema $A\mathrm{x}=\lambda\mathrm{x}$, com $\mathrm{x}=\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ e $\lambda \in \mathbb{R}$. Expresse o sistema no formato $(\lambda I - A)\mathrm{x}= 0$

Além disso, escreva:

(b1) a equação característica de A;

(b2) os autovalores de A;

(b3) os autovetores associados a cada autovalor.

---

**4ª Questão.**[2 pontos] Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por

$$T(x, y) = (2x - y, 3x + y),$$

e considere as bases $A = \{(1, 1), (1, 0)\}$ e $B = \{(0, 1), (-1, 0)\}$ do $\mathbb{R}^2$.

(a) Determine $[T]^A_B$.

(b) Seja $v = (5, 2)$ (coordenadas em relação à base canônica do $\mathbb{R}^2$), escreva $[T(v)]_B$ utilizando a matriz encontrada em (a) e lembrando que $[T(v)]_B = [T]^A_B[v]_A$.