

Lista 5– Determinantes

1. Admita que  $\det A = 10$ , onde  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ . Ache:

a)  $\det (3.A)$  b)  $\det (2.A^{-1})$  c)  $\det (2.A)^{-1}$

d)  $\det \begin{pmatrix} a & g & d \\ b & h & e \\ c & i & f \end{pmatrix}$

2. Calcular, pelo processo de triangularização,  $\det \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ .

3. Seja  $x$  o valor do determinante  $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$  então  $\sqrt{x}$  é igual a.

4. Se  $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$  e  $f(x) = -x^2 + 3x + 2$ , calcule  $f(\det A)$ .

5. Resolver as equações:

(a)  $\begin{vmatrix} 4 & 6 & x \\ 5 & 2 & -x \\ 7 & 4 & 2x \end{vmatrix} = -128$  (b)  $\begin{vmatrix} x+3 & x+1 & x+4 \\ 4 & 5 & 3 \\ 9 & 10 & 7 \end{vmatrix} = -7$

6. Seja a matriz  $A = \begin{bmatrix} -1 & c & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ a & b & -2 \end{bmatrix}$ . Sabendo que  $A^T = A$ , Calcule o determinante da matriz  $A - 2A$

$+ I^2$ , onde  $I$  é a matriz identidade de ordem 3.

7. Dizemos que  $A$  e  $B$  são matrizes semelhantes se existe uma matriz  $P$  tal que  $B = P^{-1}AP$ . Mostre que  $\det A = \det B$  se  $A$  e  $B$  são semelhantes.

8. A matriz  $A = \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$  é tal que o  $\det A^4 = \frac{2}{x}$ . Calcule o valor de  $x$ .

9. Verdadeiro ou falso? Se  $\det A = 1$  então  $A^{-1} = A$ .

10. Seja a matriz  $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ . Calcule o determinante do produto de  $A$  pela sua transposta.

11. Determine a solução da equação  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & -1 & 5 \\ \frac{2}{3} & \frac{-1}{2} & 0 \end{vmatrix} = 0$ .

12. Escreva o determinante de  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} a & 5 & 1 \\ b & 3 & 2 \\ c & 2 & 3 \end{bmatrix}$  um em função do outro.

13. Verifique, em cada caso, se  $v$  é um autovetor da matriz  $A$ . Caso seja, determine o autovalor correspondente.

a)  $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$     b)  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

14. Dada a matriz  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ , determine um autovalor e seus autovetores associados.

15. Determine os autovalores e os autovetores das matrizes abaixo.

a)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$     b)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

c)  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

Exercícios de autoria de:  
 Profa. Marina Tebet  
 Departamento de Análise - UFF

• **Álgebra Linear com Aplicações, H. Anton e C. Rorres, Bookman, 2001.**

Seção 2.1  
 3-12,13,18

Seção 2.2  
 1,4-11,13

Seção 2.3  
 1-6,12,14,15

Seção 2.4  
 1,3,5,6,8,12,13,14,17,19,21