

Lista de Exercícios 6 – Espaços Vetoriais – Parte I

1- Seja $[v_1, v_2]$ o espaço gerado por v_1, v_2 e $v \in [v_1, v_2]$, ou seja, $v = a_1 v_1 + a_2 v_2$, Mostre que:

$$[v_1, v_2] = [v_1, v_2, v]$$

Obs.: Esta idéia pode ser generalizada para $[v_1, \dots, v_n]$, isto é,

$$[v_1, \dots, v_n] = [v_1, \dots, v_n, v] \text{ se } v \in [v_1, \dots, v_n].$$

2- Classifique as afirmações abaixo como Verdadeiras (V) ou Falsas (F), caso sejam falsas reescreva a afirmação de forma a torná-la verdadeira

- a) O conjunto vazio é linearmente independente. ()
- b) Todo conjunto que contém o vetor nulo é L.I. ()
- c) Todo conjunto que tem um subconjunto L.D. é L.D. ()
- d) Todo subconjunto de um conjunto L.I. é L.I. ()
- e) Se um vetor de um conjunto é combinação linear de outros vetores desse conjunto, então o conjunto é L.I. ()
- f) A interseção de dois conjuntos linearmente independentes é linearmente independente - podendo ser o conjunto vazio. ()
- g) A interseção de um número qualquer de conjuntos linearmente independentes não é linearmente independente. ()

3- Verifique se as linhas da matriz abaixo são L.I. ou L.D.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Dica: Você pode usar o seguinte resultado: “As linhas não-nulas de uma matriz na forma escalonada são L.I.”, ou escrever as linhas ou colunas da matriz como vetores e usar as técnicas dadas em sala

4- Seja $V = M(2,2)$ (o espaço vetorial das matrizes 2×2). Determine se os vetores $A, B, C \in V$ são L.I ou L.D

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$$

5- Determine se os seguinte vetores formam uma base do espaço vetorial \mathbb{R}^3 :

- a) $(1, 1, 1)$ e $(1, -1, 5)$
- b) $(1, 1, 1), (1, 2, 3)$ e $(2, -1, 1)$
- c) $(1, 2, 3), (1, 0, -1), (3, -1, 0)$ e $(2, 1, -2)$
- d) $(1, 1, 2), (1, 2, 5)$ e $(5, 3, 4)$

GABARITO

2) a) V b) F c) V d) V e) F f) V g) F 3) L.I.

4) a) L.I. b) L.D.

5) a) não b) sim c) não d) não