UFF – Departamento de Análise
GAN00007 – Introdução à Álgebra Linear – B1 – 2014.1 – Profª. Ana Maria Luz

Lista de Exercícios 7– Espaços Vetoriais – Parte II

1- Determine a dimensão e uma base do espaço vetorial $\{(x, y, z) \in IR^3; x-y-2z=0\}$

2- Classifique as afirmações abaixo como Verdadeiras (V) ou Falsas (F), caso sejam falsas reescreva a afirmação de forma a torná-la verdadeira

a) A dimensão de qualquer subespaço S do IR^3 só poderá ser 0, 1,2 ou 3. ( )

b) dim {0}=0. ( )

c) Seja $V=U \oplus W$, então $\dim V \neq \dim U + \dim W$.( )

d) Se dim V=n, um subconjunto de V com n vetores é L.D. ( )

3- Encontre o vetor coordenada de v=(4,-3,2) em relação a base B={(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)} do IR^3

4- Seja V= M(2,2) (o espaço vetorial das matrizes 2x2). Completar o conjunto $S=\left\{\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\right\}$ de modo a formar uma base do M(2,2)

5- Diz-se que uma base $B=\{v_1,...,v_n\}$ de V (espaço vetorial euclidiano) é ***ortogonal*** se seus vetores são dois a dois ortogonais. Verifique se B'={(1,2,-3),(3,0,1),(1,-5,-3)} é uma base ortogonal do IR^3.

6. Diz-se que uma base $B=\{v_1,...,v_n\}$ de V (espaço vetorial euclidiano) é ***ortonormal*** se é ortogonal e se seus vetores são unitários, ou seja:

$$\langle v_i, v_j\rangle = \begin{cases} 0 \ para \ i \neq j \\ 1 \ para \ i = j \end{cases}.$$

Verifique se as bases abaixo são bases ortonormais do espaço vetorial V indicado:

a) B={(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)}, V=IR^3.

b) B=$\left\{\left(\frac{\sqrt{2}}{2},0\right),\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\}$, V=$IR^2$

7. Seja V um espaço vetorial euclidiano e S um subespaço vetorial de V. O subconjunto de V denotado por:

$$S^\perp = \{v \in V; v \perp S\} = \{v \in V; \langle v, w\rangle = 0 \forall w \in S\},$$

que é o subconjunto de V formado pelos vetores que são ortogonais a S , é chamado ***complemento ortogonal*** de S. Temos as seguintes propriedades: I) $S^\perp$ é subespaço de V, II) V=$S \oplus S^\perp$.

Considerando o produto interno usual no IR^4, determine o complemento ortogonal do subespaço gerado S=[(1,1,0,-1),(1,-2,1,0)].

Comentário: Um a vez que você tenha encontrado $S^\perp$, observe que: I) $S^\perp$ é subespaço de IR^4, II) IR^4=$S \oplus S^\perp$.