Professora Ana Maria Luz / Álgebra Linear Aplicada

Lista de Exercícios: Autovalores e Autovetores

1) Determinar os valores próprios (autovalores) e os vetores próprios (autovetores) do operador linear $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definido pela matriz:

a) $A = \begin{bmatrix} -16 & 10 \\ -16 & 8 \end{bmatrix}$

c) $A = \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

b) $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

2. Seja $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ transformação linear definida pela matriz

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Determinar uma matriz M que diagonaliza A ortogonalmente (colunas de M são ortonormais)

b) Calcular $M^{-1}AM$

c) Encontrar uma base ortonormal do $\mathbb{R}^3$ formada por autovetores de T

3. Seja $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Encontre o polinômio característico deste operador

b) Sabendo que $\lambda = 2$ é um autovalor encontre os outros autovalores

c) Encontre um autovetor associado a $\lambda = 2$.

Gabarito - Lista de Exercícios: Autovalores e Autovetores

1) a) O operador não possui autovalores nem autovetores (o operador está definido de $\mathbb{R}^2$ em $\mathbb{R}^2$ e a solução da equação característica são números complexos)

b) $\lambda_1 = 6$ $\lambda_2 = -1$ $V_{\lambda=6} = \{x(5,2), x \in \mathbb{R}^*\}$ então (5,2) é um autovetor associado a $\lambda_1 = 6$,

$V_{\lambda=-1} = \{x(1,-1), x \in \mathbb{R}^*\} \Rightarrow (1,-1)$ é autovetor associado a $\lambda_2 = -1$

c) $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = -3$, $(1,-1)$ e $(1,0)$ são os autovetores associados a $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = -3$ respectivamente

2) a) $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

B) observe que $M^{-1} = M^t$, $D = M^t A M$ onde

$D = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

c) $B = \{(1,0,0), (0, -1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}), (0, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})\}$ é uma base ortonormal do $\mathbb{R}^3$

3) a) $p(\lambda) = \lambda^3 - 8\lambda^2 + 18\lambda - 12$

b) $p(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda^2 - 6\lambda + 6)$ então $\lambda_1 = 3 + \sqrt{3}$ e $\lambda_2 = 3 - \sqrt{3}$ são autovalores de A

c) $v = (0, -1, 1)$ é um autovetor associado a $\lambda = 2$