UFF – Departamento de Análise
GAN00007 – Introdução à Álgebra Linear – B1 – 2014.1 – Profª. Ana Maria Luz

Lista de Exercícios 11

1. Classifique as afirmações abaixo como Verdadeiras (V) ou Falsas (F), caso sejam falsas reescreva a afirmação de forma a torná-la verdadeira.

a) Todas as raízes do polinômio característico de uma matriz simétrica são reais. ( )
b) Se A é uma matriz simétrica com todos os seus autovalores distintos então A não é diagonalizável. ( )
c) Se A é uma matriz simétrica, então autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais. ( )
d) Se uma matiz simética A tem um autovalor λ_j com multiplicidade k_j então o espaço solução do sistema linear $(\lambda_j I_n - A)x=0$ (o autoespaço de λ_j) tem dimensão k_j. ( )
e) Se A é uma matriz simétrica então não existe uma matriz ortogonal P tal que $P^{-1}AP=D$, onde D é uma matriz diagonal com os autovalores de A como elementos da diagonal principal. ( )

2. Seja o operador linear $T:\Re^2 \to \Re^2$ tal que T(x,y) = (x + y, x –y).
   (a) Determine $[T]_B$, onde B = {(1,2), (0,1)}.
   (b) Use a matriz encontrada em (a) para calcular $[T(v)]_B$, dado v = (5, 3).

3. Verificar se o operador linear $T:\Re^3 \to \Re^3$ definido por T(1, 1, 1) = (1, 0, 0), T(-2, 1, 0) = (0, -1, 0) e T(-1, -3, -2) = (0, 1, -1) é inversível, e, em caso afirmativo, determine $T^{-1}(x, y, z)$.

4. Mostrar que o operador linear, no $\Re^3$, definido pela matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ não é inversível.

   Determinar $v \in \Re^3$ tal que T(v) = (6, 9, 15).

5. A base B é obtida da base canônica A do $\Re^2$ pela rotação de $\frac{\pi}{3}$ rad. Calcular:

   a) $[I]_B^A$ b) $[I]_A^B$

6. Sabendo que $[I]_B^A = \begin{bmatrix} -7 & 6 \\ -11 & 8 \end{bmatrix}$ e A={(1, 3), (2, -4)} determine a base B.

7. Verifique se o operador $T:\Re^2 \to \Re^2$, definido por T(x,y) = (3x+5y, 2x+3y) é inversível. Caso seja encontre uma fórmula para seu inverso.

8. Seja o operador linear $T:\Re^3 \to \Re^3$ tal que $T(x,y,z) = (2y+2z, 2x+2z, 2x+2y)$. Determinar uma base ortonormal β de $\Re^3$ tal que $[T]_\beta$ seja diagonal.

9. Encontre a inversa de cada uma das matrizes ortogonais a seguir:

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & sen\theta \\ 0 & -sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

b) $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$