

UFF – Instituto de Matemática e Estatística
GMA 00109 - Cálculo II A - Turma H1 - 2014.1– Prof^a. Ana Maria Luz

Lista de Exercícios – Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de 1^a ordem – Parte 1

1 – Identifique quais das EDO's abaixo são lineares de 1^a ordem:

a) $y' - 2y = 3$

b) $y' - \cos(y) = 1$

c) $y' - \sqrt{t} y = \cos(t)$

d) $y'' - y' + 4y = 3$

2 – Verifique que

$$y_c = Ae^{-at}$$

é solução geral de $\frac{dy}{dt} + ay = 0$ (equação homogênea associada à $\frac{dy}{dt} + ay = b$).

3 – Resolva a equação $\frac{dy}{dt} + 4y = 0$ com $y(0) = 1$ usando a fórmula da questão anterior e o método visto na aula passada (método do fator integrante). Observe que a solução obtida é a mesma.

4- Verifique que $y_p = \frac{b}{a}$, $a \neq 0$, é solução de $\frac{dy}{dt} + ay = b$ (y_p é a solução mais simples possível que satisfaz a condição $\frac{dy}{dt} = 0$).

5 – Verifique que $y(t) = y_c + y_p = Ae^{-at} + \frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) é solução de $\frac{dy}{dt} + ay = b$. Observe que esta é a mesma solução obtida usando o método do fator integrante.

6– Verifique que $y(t) = \left(y_0 - \frac{b}{a}\right)e^{-at} + \frac{b}{a}$ é solução do P.V.I. $\frac{dy}{dt} + ay = b$, $y(0) = y_0$.

7- Resolva a equação $\frac{dy}{dt} + 2y = 6$ com a condição inicial $y(0) = 10$ usando a fórmula da questão anterior e o método do fator integrante. Observe que a solução obtida é a mesma.

8 - O valor de revenda de certa máquina industrial decresce a uma taxa que varia com o tempo, durante um período de 10 anos. Quando a máquina tem t anos de uso, a taxa na qual seu valor está variando é de $220(t - 10)$ reais por ano. Escreva a EDO que modela a variação do valor da máquina em função do tempo. Se a máquina valia R\$ 12.000,00 quando nova, qual a função que descreve o valor da máquina em função do tempo? Qual será seu valor com 10 anos de uso?

GABARITO

1 – a) e c)

3 - $y(t) = e^{-4t}$

7 - $y(t) = 7e^{-2t} + 3$

8- $\frac{dV}{dt} = 220(t - 10)$, $V(t) = 110t^2 - 2200t + 12000$, $V(10) = 1000$ (o valor da máquina com 10 anos de uso será de R\$1000,00)