UFF – Instituto de Matemática e Estatística
GMA 00109 - Cálculo II A - Turma H1 - 2014.1– Prof^a^. Ana Maria Luz

GABARITO: 4ª Lista de Exercícios – Equações Diferenciais Ordinárias

1) $y(t) = C_1 e^{-3t} + C_2 e^{-2t}$

1. $y(t) = C_1 e^{t} + C_2 e^{-3t}$

3. $y(t) = C_1 e^{t/2} + C_2 e^{-t/3}$

5. $y(t) = C_1 + C_2 e^{-5t}$

2) 9. $y(t) = e^{t}$ 10. $y(t) = \frac{5}{2}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-3t}$

3) 1. $W = \frac{-7}{2}e^{t/2}$ 2. $W = 1$ 3. $W = e^{-4t}$ 4. $x^2 e^{x}$

4) a) $y(t) = C_1 e^{-2t} + C_2 t e^{-2t}$

b) $y(t) = e^{-t/2}\left(C_1 \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) + C_2 sen\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right)$

c) $y(t) = C_1 \cos(3t) + C_2 sen(3t)$

d) $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{4t}$

5) a i) $y_p(t) = -\frac{e^{2t}}{2}$

a ii) $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{4t} - \frac{e^{2t}}{2}$

b i) $y_p(t) = \frac{3}{17}\cos(t) - \frac{5}{17}sen(t)$

b ii) $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{4t} + \frac{3}{17}\cos(t) - \frac{5}{17}sen(t)$

c i) $y_p = \frac{2}{13}e^{t} sen(2t) + \frac{10}{13}e^{t}\cos(2t)$

c ii)
$y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{4t} + \frac{2}{13}e^{t} sen(2t) + \frac{10}{13}e^{t}\cos(2t)$

6) Para uma equação de segunda ordem, sem a variável independente, da forma $y'' = f(t, y'')$, a substituição $v = y'$ e $v' = y''$ leva a uma equação de primeira ordem da forma $v' = f(t,v)$. Se ela puder ser resolvida em v, então y pode ser encontrada integrando-se $dy/dt = v$.

Em $y'' + y' = e^{-t}$. Fazendo $v' = y''$, $v = y'$, temos $v' + v = e^{-t}$.
Tomando a função integrante $\mu(t) = e^{t}$, temos

$$e^{t} v' + v e^{t} = e^{-t} e^{t}$$

ou $(e^{t} v)' = 1$

$e^{t} v = t + c_1 \Rightarrow v = te^{-t} + c_1 e^{-t}$

Ora, como $dy/dt = v = te^{-t} + c_1 e^{-t}$, temos, por partes

$\int te^{-t}\, dt$, $u = t$, $du = dt$, $dv = e^{-t}\, dt$, $v = -e^{-t}$,

Logo,

$$y = \int te^{-t}\, dt + c_1 \int e^{-t}\, dt$$

$$= -te^{-t} - \int -e^{-t}\, dt - c1e^{-t}$$

$$= -c_1 e^{-t} + c_2 - te^{-t} - e^{-t}$$

$$y = c_1 e^{-t} + c_2 - te^{-t}$$

7) $y = \frac{2}{3}ct^{1/2} + kt^{-1}$, onde c e k são constantes arbitrárias. A segunda parcela é um múltiplo de $y_1(t)$ e pode ser abandonada, mas a primeira parcela constitui uma nova solução independente. Desprezando a constante multiplicativa arbitrária, temos $y_2(t)=t^{1/2}$