

**5ª Lista de Exercícios – Equações Diferenciais Ordinárias**

1. Determine as trajetórias ortogonais a cada família dada:

- a)  $x^2 + y^2 = C$                       R.       $y = Kx$   
b)  $y = Cx^2$                               R.       $\frac{1}{2}x^2 + y^2 = K$   
c)  $x^2 - y^2 = C^2$                         R.       $xy = K$   
d)  $y = Ce^x$                               R.       $y^2 = -2x + K$   
e)  $x^2 - y^2 = Cx$                         R.       $x^2y + 1/3y^3 = K$   
f)  $y^2 = Cx^3$                               R.       $2x^2 + y^2 = K$   
g)  $x^{1/3} + y^{1/3} = C$                       R.       $y^{5/3} - x^{5/3} = K$   
h)  $x^2 + y^2 = Cx$                         R.       $x^2 + y^2 = Ky$   
i)  $3x + 4y = C$

2. Calcule as soluções da equação

$$x(y')^3 - y(y')^2 + 1 = 0$$

**Resposta:**  $y = cx + \frac{1}{c^2}; \quad 4y^3 - 27x^2 = 0$

3. Determine as soluções das equações

- (a)  $y = (y')^3 + xy'$   
(b)  $y = x(y' + 1) + (y')^2$

**Respostas:** (a)  $y = c^3 + cx, 4x^3 + 27y^2 = 0$   
(b)  $x = -2p + ce^{-p} + 2, y = x(1 + p)p^2$

4. Dê a solução geral de uma equação diferencial do tipo (1) cujo polinômio característico tenha as seguintes raízes.

- a)  $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 5.$   
b)  $\lambda_1 = \sqrt{3} - 2i, \lambda_2 = \sqrt{3} + 2i .$   
c)  $\lambda_1 = 1/2, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 3.$   
d)  $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2 + i, \lambda_3 = -2 - i.$   
e)  $\lambda_1 = \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3.$

Resposta:

a)  $y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 e^{5x}$ .

b)  $y(x) = c_1 e^{\sqrt{3}x} \cos(2x) + c_2 e^{\sqrt{3}x} \sin(2x)$ .

c)  $y(x) = c_1 e^{x/2} + c_2 e^{-2x} + c_3 e^{3x}$ .

d)  $y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x} \cos(x) + c_3 e^{-2x} \sin(x)$ .

e)  $y(x) = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x} + c_3 e^{3x}$ .

5. Ache a solução geral de  $y''' - y' = 1/t$ .

Solução:  $y(t) = c_1 + c_2 e^{-t} + c_3 e^t - \ln(t) + \int \frac{e^{-t}}{t} dt e^{-t} + \int \frac{e^t}{t} dt e^t$

6. Resolva a equação de Euler-Cauchy

$$x^2 y'' - 2xy' - 4y = 0, \quad x > 0.$$

Solução:  $y(x) = c_1 x^{-1} + c_2 x^4$ .

7. Resolva a equação de Euler-Cauchy

$$4x^2 y'' + 8xy' + y = 0, \quad x > 0.$$

Solução:  $y(x) = c_1 x^{-1/2} + c_2 x^{-1/2} \ln x$ .

8. Resolva a equação de Euler-Cauchy

$$x^2 y'' + 3xy' + 3y = 0, \quad x > 0.$$

Solução:  $y(x) = c_1 x^{-1} \cos(\sqrt{2} \ln x) + c_2 x^{-1} \sin(\sqrt{2} \ln x)$ .