GAN00147 - Matemática para Economia III – 2016.1 – Prof.ª Ana Maria Luz

Lista 2

Instruções:

- Ler sobre: Resultados sobre invertibilidade de matrizes diagonais, triangulares e simétricas
- Os exercícios indicados do Anton poder ser obtidos no arquivo exerc_anton_sec1.6.pdf.
- Para conferir as respostas abram o arquivo: gab_lista2_1.pdf + gab_lista2_2.pdf

1) Sabendo que $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$. Encontre A.

2) Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$. Encontre A^2 e A^{-2}.

3) Sejam A e B matrizes 2x2 tais que:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Encontre $(AB)^{-1}$.

4) Encontre a inversa de $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$.

5) Calcule o valor de k para que a matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & k \end{pmatrix}$ não tenha inversa.

6) Mostre que as matrizes $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} -11 & 2 & 2 \\ -4 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ são inversíveis e que são inversas uma da outra.

7) Encontre a inversa de $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix}$.

8) Quando é uma matriz diagonal $A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & a_2 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & a_n \end{bmatrix}$ inversível e qual é sua inversa?

9) Seja

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Encontre , D^{-1}, D^2 e D^{-2}.

10) Quais condições devem satisfazer b_1,b_2 e b_3, em cada um dos sistemas abaixo para garantir que cada um deles seja consistente?

a) $\begin{cases} x + y + 2z = b_1 \\ x + z = b_2 \\ 2x + y + 3z = b_3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y + 3z = b_1 \\ 2x + 5y + 3z = b_2 \\ x + 8z = b_3 \end{cases}$

11) • **Álgebra Linear com Aplicações, H. Anton e C. Rorres, Bookman, 2001.**

Seção 1.6 : 1, 2, 3, 4,5,8, 9, 15, 16, 17, 20, 22, 25.

12) Dada uma matriz A_{mxn}, seja B_{mxn} a matriz-linha reduzida à forma escada linha equivalente a A. O *posto* de A, denotado por p, é o número de linhas não nulas de B. A *nulidade* de A é o número $n - p$.

(A) Encontre o posto e a nulidade de $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

13) Revise o exemplo de Sistemas Lineares de Leontief visto na aula 1 (Slide 1). Considere uma economia com três setores: Carvão, Energia Elétrica e Aço e a produção de cada setor esteja distribuída entre os vários setores de acordo com a Tabela 1, em que os elementos de cada coluna representam as partes fracionárias da produção total de determinado setor.

Distribuição da produção de			
Carvão	**Energia Elétrica**	**Aço**	**Comprado por**
0,0	0,4	0,6	Carvão
0,6	0,1	0,2	Energia Elétrica
0,4	0,5	0,2	Aço

Tabela 1: Uma economia simples.

Denote os preços (ou seja, os valores em dólares) das produções anuais totais dos setores de Carvão, Energia Elétrica e Aço por p_C, p_E e p_A, respectivamente.

(A) Obtenha um sistema de equações que leve a preços em que a receita de cada setor seja igual às suas despesas (preços de equilíbrio).

Por exemplo: As despesas totais do carvão são $0{,}4p_E + 0{,}6p_A$. Para tornar a receita do Carvão, p_C, igual à sua despesa, queremos que
$p_C = 0{,}4p_E + 0{,}6p_A$.

<u>**Sugestão**</u>: O sistema pode ser escrito na forma de um sistema homogêneo: passe todas as incógnitas para esquerda do sinal de igualdade em cada equação e junte os termos correspondentes.
Por exemplo a equação correspondente ao setor do Carvão no sistema ficará:
$P_c - 0{,}4p_E - 0{,}6p_A = 0$

(B) Escreva a matriz aumentada, que então pode ser escalonada para determinar esses preços.

(Para simplificar arredonde os números para duas casas decimais)

(C) Determine um conjunto de preços de equilíbrio quando o preço para a produção do setor de Aço é de 100 unidades monetárias

13) *Lei a texto sobre "**O Uso de Inversos para resolver sistemas de Equações Lineares – aplicações à economia**" e*

(A) Resolva o problema prático proposto

(B) Após ler o exemplo sobre o sistema que apresenta os níveis de equilíbrio do consumo C e da renda Y. Considerando que a equação do consumo (segunda equação do sistema) seja

C=0,8 Y+25 e que o investimento I seja 17 (ou seja, o parâmetro a=0,8 e o parâmetro b=25). Escreva os valores do multiplicador de investimento Y, multiplicador de investimento C, multiplicador de consumo autônomo de Y, multiplicador de consumo autônomo de C.*