P1 de Matemática Discreta	Turma C1	2013/1	Prof^a. Ana Maria Luz	Valor 8,0 pts

ATENÇÃO: Justifique todas as suas respostas! Você também será avaliado pela clareza e pela precisão da linguagem utilizada

---

1ª Questão[2,0 pts] Considere os conjuntos a seguir:
A: O conjunto de todos os naturais que são números pares.
B: O conjunto de todos os naturais divisíveis por 12.
C: O conjunto cujo único elemento é $\emptyset$.

(a) Defina estes conjuntos por propriedade, usando a notação explicada em aula.

(b) Verdadeiro ou falso? Justifique, apresentando uma prova discursiva ou um contra-exemplo, conforme o caso.

(b1) $A \subseteq B$?

(b2) $B \subseteq A$?

(b3) $C \in P(A)$?

2ª Questão [1,5 pt] Escolha UMA das afirmações a seguir para provar por indução:

(a) Seja n um número inteiro positivo, então

$$1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2.$$

(b) Seja n um número inteiro positivo, então

$$1 + 2 + 2^2 + ... + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

3ª Questão [1,0 pt] Considerando as propriedades básicas dadas a seguir, prove algebricamente que, para todos os conjuntos A, B e C, temos que

$$(B \cup A) \cap [(A \cup \overline{B}) \cap C] = A \cap C.$$

Propriedades básicas para quaisquer conjuntos A, B e C:

(P1) $A \cup B = B \cup A$

(P2) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(P3) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(P4) $A \cup \emptyset = A$

(P5) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

4ª Questão [2,0 pts]

(a) Seja $A = \{x \in \mathbb{N}; x \text{ é par}\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N}; x \text{ é ímpar}\}$. Prove que $A \subseteq \overline{B}$

(b) Prove que

$$A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$$

6ª Questão [1,5 pts] Sejam $A = \{a\}$, $B = \{a, b\}$. Encontre $A \cup B$, $A \times B$, $P(A \cup B)$, $P(P(A \cup B))$ .Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Justifique.

(a) $(a, b) \in P(A \cup B)$

(b) $(a, b) \subseteq P(A \cup B)$

(c) $(a, b) = A \times (B - A)$

(d) $(b, a) \subseteq P(P(A \cup B))$

(Lembrete: $(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$).