

2ª Prova de Matemática Discreta	Turma B2	2011/2	Prof <sup>ª</sup> . Ana Maria Luz
---------------------------------	----------	--------	-----------------------------------

**ATENÇÃO:** Respostas sem justificativas **NÃO** serão aceitas.

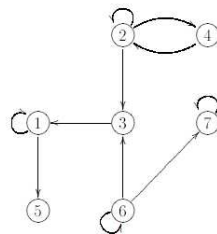
**1ª Questão**[2 pts]

- (a) Prove que para quaisquer relações  $R$  e  $S$  temos que  $(R - S)^{-1} = R^{-1} - S^{-1}$ .
- (b) Sejam  $A, B$  e  $C$  conjuntos tais que  $R \subseteq A \times B, S \subseteq B \times C$  e  $T \subseteq C \times D$ . Prove que  $(R; S); T = R; (S; T)$ .

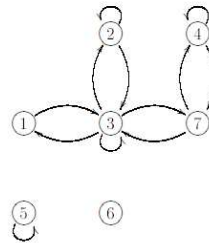
**2ª Questão**[2 pts] Verdadeiro ou falso? Justifique, apresentando uma prova discursiva ou um contra-exemplo, conforme o caso. Sejam  $a, b, x$  e  $n$  inteiros com  $n > 1$ :

- (a) Se  $a \equiv b \pmod{n}$ , então  $a + x \equiv b + x \pmod{n + x}$ . ( )
- (b)  $a \equiv b \pmod{n}$ , então  $ax \equiv bx \pmod{n}$ . ( )

**3ª Questão** [2 pts] Sejam  $R$  e  $S$  endorrelações em  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  com as representações por grafos mostradas abaixo.



(a) Grafo de  $R$



(b) Grafo de  $S$

- (a) A partir dos grafos: identifique e escreva as respectivas endorrelações  $R$  e  $S$  e indique se  $R$  e  $S$  são simétricas, reflexivas e/ou transitivas.
- (b) Faça o grafo de  $R \cup S$ , escreva a relação  $R \cup S$  e indique se  $R \cup S$  é simétrica, reflexiva e/ou transitiva.

**4ª Questão** [1,5 pts] Seja  $A = \{1, 2, 3\}$  e  $R \subseteq A \times A$  dada pela matriz

R	1	2	3
1	1	1	1
2	0	0	1
3	1	0	0

- (a) A partir da matriz: identifique e escreva a endorrelação  $R$ .
- (b) Encontre o fecho-reflexivo, fecho-simétrico e fecho-transitivo de  $R$ .

(Lembrete: a notação usada, por exemplo, para o fecho-reflexivo é:  $\text{Fecho-}\{\text{reflexiva}\}(R)$ )

**5ª Questão** [2,5 pts] Seja  $A = \{x \in \mathbb{Z}; |x| \leq 10\}$ . Considere a relação  $R \subseteq A \times A$  definida por

$$aRb \Leftrightarrow a^2 + 2a = b^2 + 2b$$

- (a) Prove que  $R$  é uma relação de equivalência em  $A$ .
- (b) Encontre as classes de equivalência de  $R$ .
- (c) Qual o conjunto quociente  $A/R$ ?
- (d) Encontre a partição de  $A$  induzida por  $R$ .

**BOA PROVA!!!**