Universidade Federal Fluminense — Instituto de Matemática

VS de Matemática Discreta – Turma C1 – 2013/1 – Profa Ana Maria Luz

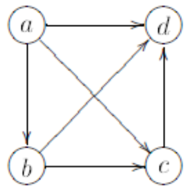
<u>ATENÇÃO:</u> Justifique suas respostas. Você também será avaliado pela clareza e pela precisão da linguagem utilizada.

1. (2,0 pts) Prove os resultados abaixo:
a) Sejam R:A→B e S:B→C relações totais. Então a relação composta S∘R:A→ C (R;S:A→C) é uma relação total
b) Sejam os conjuntos A, B e C. Temos que A x (B ∪C) = (A x B) ∪ (A x C):

2. (1,5 pts) Prove por indução que, para qualquer inteiro positivo *n*,

$$\frac{2+4+6+...+2n}{3}=\frac{n(n+1)}{3}.$$

3. (2,0 pts) O grafo abaixo representa uma endorrelação R⊆AxA. A partir do grafo identifique o conjunto A, a relação R e encontre a matriz da relação.



Analisando o grafo podemos dizer que esta relação é:
( ) reflexiva ( ) irreflexiva ( ) simétrica ( ) antissimétrica ( ) transitiva

4. (1,5 pts) Seja A um conjunto e $\mathcal{P}$ uma partição em A, temos que $\mathcal{P}$ induz uma relação em A, dada por

$$\underset{P}{\sim}=\{(a,b)\in AxA;\text{ existe } X\in \mathcal{P} \text{ tal que } a,b\in X\}$$

Podemos escrever ainda

$$a\underset{P}{\sim}b\Leftrightarrow \exists X\in \mathcal{P} \text{ tal que } a,b\in X.$$

(Lê-se $a\underset{P}{\sim}b$ como: a "está na mesma parte que" b). Prove que $\underset{P}{\sim}$ é uma relação de equivalência.

5. (1,5 pts) Sejam A={a}, B={a,b} e C={0,1,2}
a) Para cada item abaixo, faça o seguinte:
- Justifique por que são funções parciais (relações funcionais) determine o domínio de definição e o conjunto imagem.
- Determine se a função é injetiva ou não-injetiva, sobrejetiva ou não sobrejetiva

a.1) =: A→B
a.2) {(0,a),(1,b)}: C→B
b) Justifique por que não é função parcial:
b.1) A x B: A→B

6. (1,0 pt) Desenhe o diagrama de Hasse da relação | (divide) em A={2,3,6,12,18,36} e responda:
a) A possui elemento mínimo (primeiro elemento)? Caso afirmativo: qual?
b) A possui elemento máximo (último elemento)? Caso afirmativo: qual?

7. (0,5 pt) Prove que o conjunto dos Irracionais é não enumerável (dica: Você pode usar o resultado de que a união de conjuntos enumeráveis é enumerável).