

Lista de Relação de Equivalência, Congruência módulo n, Partição

1. Considere a Relação abaixo. Prove que é uma relação de equivalência

“Em $\mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$, $(a, b)R(c, d)$ se e só se $a + d = b + c$ ”

2. Considere as operações a seguir definidas em $\mathbb{Z}_n = \{[0]_n, [1]_n, [2]_n, [3]_n, \dots, [n-1]_n\}$

$$a +_n b = (a+b) \pmod n, \quad a \times_n b = (a \times b) \pmod n$$

Exemplo: Em \mathbb{Z}_{24} temos $11 +_{24} 22 = 9$, em \mathbb{Z}_7 temos $9 \times_{10} 3 = 7$

Resolva os exercícios abaixo:

3. Em \mathbb{Z}_{12} temos $11 +_{11} 11 =$

4. Em \mathbb{Z}_5 temos $4 +_5 3 =$

5. Em \mathbb{Z}_7 temos $9 \times_7 3 =$

6. Em \mathbb{Z}_{30} temos $29 \times_{30} 3 =$

7. Escreva os seguintes conjuntos quociente:

a) Conjunto quociente módulo 2 (\mathbb{Z}_2)

b) Conjunto quociente módulo 3 (\mathbb{Z}_3)

8. Seja $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, Considere as seguintes partições de A;

$\mathcal{P}_1 = \{\{a\}, \{b, c\}, \{d, e\}, \{f\}\}$ e $\mathcal{P}_2 = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e, f\}\}$

Encontre as respectivas classes de equivalência e o respectivos conjuntos quociente induzidos por $\equiv_{\mathcal{P}_1}$ e por $\equiv_{\mathcal{P}_2}$

9. Veja a explicação sobre a cifra de César no texto sobre Criptografia e congruência módulo n (disponível no site da disciplina) e na xerox pasta 78 e descubra como fica a mensagem “BOAPROVA” depois de encriptada pela cifra de César.