**12.** Usando o método do Exemplo 10, calcule as seguintes colunas de $AB$:

(a) a segunda coluna; (b) a quarta coluna.

**13.** Sejam

$$A=\begin{bmatrix}2&-3&4\\-1&2&3\\5&-1&-2\end{bmatrix}\quad \text{e}\quad \mathbf{c}=\begin{bmatrix}2\\1\\4\end{bmatrix}.$$

Expresse $A\mathbf{c}$ como uma combinação linear das colunas de $A$.

**14.** Sejam

$$A=\begin{bmatrix}1&-2&-1\\2&4&3\\3&0&-2\end{bmatrix}\quad \text{e}\quad B=\begin{bmatrix}1&-1\\3&2\\2&4\end{bmatrix}.$$

Expresse as colunas de $AB$ como combinações lineares das colunas de $A$.

**15.** Considere o seguinte sistema linear:

$$\begin{aligned}2x+\phantom{2y+3z}\ w&=\ \ 7\\3x+2y+3z\phantom{\ w}&=-2\\2x+3y-4z\phantom{\ w}&=\ \ 3\\x+\phantom{2y+}\ 3z\phantom{\ w}&=\ \ 5.\end{aligned}$$

(a) Encontre a matriz dos coeficientes.
(b) Escreva o sistema linear em forma matricial.
(c) Encontre a matriz aumentada do sistema.

**16.** Escreva as equações do sistema linear que tem a matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{cccc|c}-2&-1&0&4&5\\-3&2&7&8&3\\1&0&0&2&4\\3&0&1&3&6\end{array}\right].$$

**17.** Escreva as equações do sistema linear que tem a matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{ccc|c}2&0&-4&3\\0&1&2&5\\1&3&4&-1\end{array}\right].$$

**18.** Considere o seguinte sistema linear:

$$\begin{aligned}3x-y+2z&=4\\2x+y\phantom{+2z}&=2\\y+3z&=7\\4x\phantom{+y}-z&=4.\end{aligned}$$

(a) Encontre a matriz dos coeficientes.
(b) Escreva o sistema linear em forma matricial.
(c) Encontre a matriz aumentada do sistema.

**19.** Qual a relação existente entre os sistemas lineares que têm as matrizes aumentadas dadas a seguir?

$$\left[\begin{array}{ccc|c}1&2&3&-1\\2&3&6&2\end{array}\right]\quad \text{e}\quad \left[\begin{array}{ccc|c}1&2&3&-1\\2&3&6&2\\0&0&0&0\end{array}\right]$$

**20.** Escreva cada um dos sistemas lineares dados a seguir em forma matricial.

(a) $x\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}+y\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix}+z\begin{bmatrix}0\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}.$

(b) $x\begin{bmatrix}1\\1\\2\end{bmatrix}+y\begin{bmatrix}2\\1\\0\end{bmatrix}+z\begin{bmatrix}1\\2\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}.$

**21.** Escreva cada um dos sistemas lineares como uma combinação linear das colunas da matriz dos coeficientes.

(a) $\begin{aligned}x+2y&=3\\2x-\ y&=5.\end{aligned}$

(b) $\begin{aligned}2x-3y+5z&=-2\\x+4y-\ z&=\ \ 3.\end{aligned}$

**22.** Sejam $A$ uma matriz $m\times n$ e $B$ uma matriz $n\times p$. O que você pode dizer sobre o produto $AB$ quando:

(a) $A$ tem uma coluna nula, isto é, com todos os elementos nulos?
(b) $B$ tem uma linha nula, isto é, com todos os elementos nulos?

**23.** (a) Encontre um valor de $r$ tal que $AB^T=0$, onde

$$A=\begin{bmatrix}r&1&-2\end{bmatrix}\quad \text{e}\quad B=\begin{bmatrix}1&3&-1\end{bmatrix}.$$

(b) Escreva esse produto em uma forma diferente.

**24.** Encontre um valor para $r$ e um valor para $s$ de modo que $AB^T=0$, onde

$$A=\begin{bmatrix}1&r&1\end{bmatrix}\quad \text{e}\quad B=\begin{bmatrix}-2&2&s\end{bmatrix}.$$

**25.** Formule o método para somar matrizes em bloco e verifique seu método subdividindo as matrizes

$$A=\begin{bmatrix}1&3&-1\\2&1&0\\2&-3&1\end{bmatrix}\quad \text{e}\quad B=\begin{bmatrix}3&2&1\\-2&3&1\\4&1&5\end{bmatrix}$$

de duas maneiras diferentes e encontrando sua soma.

**26.** Sejam $A$ e $B$ as seguintes matrizes:

$$A=\begin{bmatrix}2&1&3&4&2\\1&2&3&-1&4\\2&3&2&1&4\\5&-1&3&2&6\\3&1&2&4&6\\2&-1&3&5&7\end{bmatrix}$$

e

$$B=\begin{bmatrix}1&2&3&4&1\\2&1&3&2&-1\\1&5&4&2&3\\2&1&3&5&7\\3&2&4&6&1\end{bmatrix}.$$

Encontre $AB$ subdividindo $A$ e $B$ de duas maneiras diferentes.

**27.** (***Custo de Produção***) Um fabricante de móveis faz cadeiras e mesas, cada uma das quais passa por um processo de montagem e outro de acabamento. O tempo necessário para esses processo é dado (em horas) pela matriz

$$A=\begin{array}{cc}\begin{array}{cc}\text{Montagem}&\text{Acabamento}\end{array}&\\\begin{bmatrix}2&2\\3&4\end{bmatrix}&\begin{array}{l}\text{Cadeira}\\\text{Mesa}\end{array}\end{array}$$

O fabricante tem uma fábrica em Salt Lake City e outra em Chicago. As taxas por hora para cada um dos processos são dadas (em dólares) pela matriz

$$B=\begin{array}{cc}\begin{array}{cc}\text{Salt Lake City}&\text{Chicago}\end{array}&\\\begin{bmatrix}9&10\\10&12\end{bmatrix}&\begin{array}{l}\text{Montagem}\\\text{Acabamento}\end{array}\end{array}$$

Qual o significado dos elementos do produto matricial $AB$?

**28.** (***Ecologia — Poluição***) Um fabricante faz dois tipos de produtos, $P$ e $Q$, em cada uma de duas fábricas, $X$ e $Y$. Ao fazer esses produtos, são produzidos dióxido de enxofre, óxido nítrico e partículas de outros materiais poluentes. As quantidades de poluente produzidas são dadas (em quilos) pela matriz

$$A=\begin{array}{cc}\begin{array}{ccc}\text{Dióxido de enxofre}&\text{Óxido nítrico}&\text{Partículas}\end{array}&\\\begin{bmatrix}300&100&150\\200&250&400\end{bmatrix}&\begin{array}{l}\text{Produto P}\\\text{Produto Q}\end{array}\end{array}$$

Leis estaduais e federais exigem a remoção desses poluentes. O custo diário para remover cada quilo de poluente é dado (em dólares) pela matriz

$$B=\begin{array}{cc}\begin{array}{cc}\text{Fábrica X}&\text{Fábrica Y}\end{array}&\\\begin{bmatrix}8&12\\7&9\\15&10\end{bmatrix}&\begin{array}{l}\text{Dióxido de enxofre}\\\text{Óxido nítrico}\\\text{Partículas}\end{array}\end{array}$$

Qual o significado dos elementos do produto matricial $AB$?

**29.** (***Medicina***) Um projeto de pesquisa alimentar conta com a participação de adultos e crianças de ambos os sexos. A composição dos participantes no projeto é dada pela matriz

$$A=\begin{array}{cc}\begin{array}{cc}\text{Adulto}&\text{Crianças}\end{array}&\\\begin{bmatrix}80&120\\100&200\end{bmatrix}&\begin{array}{l}\text{Sexo masculino}\\\text{Sexo feminino}\end{array}\end{array}$$

O número de gramas diários de proteínas, gordura e carboidratos consumido por cada criança e cada adulto é dado pela matriz

$$B=\begin{array}{cc}\begin{array}{ccc}\text{Proteína}&\text{Gordura}&\text{Carboidrato}\end{array}&\\\begin{bmatrix}20&20&20\\10&20&30\end{bmatrix}&\begin{array}{l}\text{Adulto}\\\text{Crianças}\end{array}\end{array}$$

(a) Quantos gramas de proteína são consumidos diariamente pelos homens que participam do projeto?
(b) Quantos gramas de gordura são consumidos diariamente pelas mulheres que participam do projeto?

**30.** (***Negócios***) Uma empresa que trabalha com material fotográfico tem lojas em cada uma das seguintes cidades: Nova York, Denver e Los Angeles. Uma marca particular de máquina fotográfica está disponível nos modelos automático, semi-automático e não-automático. Além disso, cada câmara tem um *flash* correspondente e é vendida, geralmente, junto com este *flash*. Os preços de venda da máquina e do *flash* são dados (em dólares) pela matriz

$$A=\begin{array}{cc}\begin{array}{ccc}\text{Automático}&\text{Semi-automático}&\text{Não-automático}\end{array}&\\\begin{bmatrix}200&150&120\\50&40&25\end{bmatrix}&\begin{array}{l}\text{Câmara}\\\text{Flash}\end{array}\end{array}$$

O número de conjuntos (máquina fotográfica e *flash*) disponíveis em cada loja é dado pela matriz

$$B=\begin{array}{cc}\begin{array}{ccc}\text{Nova York}&\text{Denver}&\text{Los Angeles}\end{array}&\\\begin{bmatrix}220&180&100\\300&250&120\\120&320&250\end{bmatrix}&\begin{array}{l}\text{Automático}\\\text{Semiautomático}\\\text{Não-automático}\end{array}\end{array}$$

(a) Qual o valor total das câmaras em Nova York?
(b) Qual o valor total das unidades de *flash* em Los Angeles?

## EXERCÍCIOS TEÓRICOS ■

**T.1.** Seja $\mathbf{x}$ um vetor de dimensão $n$.

(a) $\mathbf{x}\cdot\mathbf{x}$ pode ser negativo? Explique.
(b) Se $\mathbf{x}\cdot\mathbf{x}=0$, o que é $\mathbf{x}$?

**T.2.** Sejam $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ e $\mathbf{c}$ vetores de dimensão $n$ e seja $k$ um número real.

(a) Mostre que $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=\mathbf{b}\cdot\mathbf{a}$.
(b) Mostre que $(\mathbf{a}+\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}=\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}$.
(c) Mostre que $(k\mathbf{a})\cdot\mathbf{b}=\mathbf{a}\cdot(k\mathbf{b})=k(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})$.

**T.3.** (a) Mostre que, se $A$ tem uma linha de elementos nulos, então $AB$ tem uma linha de elementos nulos.

(b) Mostre que, se $B$ tem uma coluna de elementos nulos, então $AB$ tem uma coluna de elementos nulos.

**T.4.** Mostre que o produto de duas matrizes diagonais é uma matriz diagonal.

**T.5.** Mostre que o produto de duas matrizes escalares é uma matriz escalar.

**T.6.** (a) Mostre que o produto de duas matrizes triangulares superiores é uma matriz triangular superior.

(b) Mostre que o produto de duas matrizes triangulares inferiores é uma matriz triangular inferior.

**T.7.** Sejam $A$ e $B$ matrizes diagonais $n\times n$. $AB=BA$? Justifique sua resposta.

**T.8.** (a) Sejam $\mathbf{a}$ uma matriz $1\times n$ e $B$ uma matriz $n\times p$. Mostre que o produto matricial $\mathbf{a}B$ pode ser escrito como combinação linear das linhas de $B$, onde os coeficientes são os elementos de $\mathbf{a}$.

(b) Sejam $\mathbf{a}=\begin{bmatrix}1&-2&3\end{bmatrix}$ e

$$B=\begin{bmatrix}2&1&-4\\-3&-2&3\\4&5&-2\end{bmatrix}.$$

Escreva $\mathbf{a}B$ como uma combinação linear das linhas de $B$.

**T.9.** (a) Mostre que a $j$-ésima coluna do produto matricial $AB$ é igual ao produto matricial $A\,\mathrm{col}_j(B)$.

(b) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \end{array}\right]$.

**16.** (a) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 7 & 9 & 0 \end{array}\right]$.

(b) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 11 \\ 2 & 1 & 4 & 12 \end{array}\right]$.

**17.** (a) $\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{array}\right]$.

(b) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 5 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 0 & 7 \end{array}\right]$.

**18.** (a) $\left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & -1 & 5 \\ 3 & 3 & 6 & 1 \\ 5 & 1 & -8 & 8 \end{array}\right]$.

(b) $\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -3 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & -1 \end{array}\right]$.

Nos Exercícios 19 e 20, seja

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

**19.** Encontre uma solução não-trivial do sistema homogêneo $(-4I_3 - A)\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

**20.** Encontre uma solução não-trivial do sistema homogêneo $(2I_3 - A)\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

**21.** Encontre uma equação relacionando $a$, $b$ e $c$ de modo que o sistema linear

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z &= a \\ 2x + 3y + 3z &= b \\ 5x + 9y - 6z &= c \end{aligned}$$

seja compatível para quaisquer valores de $a$, $b$ e $c$, satisfazendo essa equação.

**22.** Encontre uma equação relacionando $a$, $b$ e $c$ de modo que o sistema linear

$$\begin{aligned} 2x + 2y + 3z &= a \\ 3x - y + 5z &= b \\ x - 3y + 2z &= c \end{aligned}$$

seja compatível para quaisquer valores de $a$, $b$ e $c$, satisfazendo essa equação.

**23.** Encontre uma matriz $2 \times 1$ não-nula $\mathbf{x}$ tal que $A\mathbf{x} = 4\mathbf{x}$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

[*Sugestão:* Coloque a equação matricial $A\mathbf{x} = 4\mathbf{x}$ na forma $4\mathbf{x} - A\mathbf{x} = (4I_2 - A)\mathbf{x} = \mathbf{0}$ e resolva o sistema homogêneo.]

**24.** Encontre uma matriz $2 \times 1$ não-nula $\mathbf{x}$ tal que $A\mathbf{x} = 3\mathbf{x}$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

**25.** Encontre uma matriz $3 \times 1$ não-nula $\mathbf{x}$ tal que $A\mathbf{x} = 3\mathbf{x}$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

**26.** Encontre uma matriz $3 \times 1$ não-nula $\mathbf{x}$ tal que $A\mathbf{x} = 1\mathbf{x}$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Nos Exercícios 27 e 28, encontre o polinômio quadrático que interpola os pontos dados.

**27.** $(1,2)$, $(3,3)$, $(5,8)$.

**28.** $(1,5)$, $(2,12)$, $(3,44)$.

Nos Exercícios 29 e 30, encontre o polinômio cúbico que interpola os pontos dados.

**29.** $(-1,-6)$, $(1,0)$, $(2,8)$, $(3,34)$.

**30.** $(-2,2)$, $(-1,2)$, $(1,2)$, $(2,10)$.

**31.** Um fabricante de móveis produz cadeiras, mesinhas de centro e mesas de jantar. Cada cadeira leva 10 minutos para ser lixada, 6 minutos para ser tingida e 12 minutos para ser envernizada. Cada mesinha de centro leva 12 minutos para ser lixada, 8 minutos para ser tingida e 12 minutos para ser envernizada. Cada mesa de jantar leva 15 minutos para ser lixada, 12 minutos para ser tingida e 18 minutos para ser envernizada. A bancada para lixar fica disponível 16 horas por semana, a bancada para tingir, 11 horas por semana, e a bancada para envernizar, 18 horas por semana. Quantos móveis devem ser fabricados (por semana) de cada tipo para que as bancadas sejam plenamente utilizadas?

**32.** Uma editora publica um *best-seller* em potencial com três encadernações diferentes: capa mole, capa dura e encadernação de luxo. Cada exemplar de capa mole necessita de 1 minuto para a costura e de 2 minutos para a cola. Cada exemplar de capa dura necessita de 2 minutos para a costura e de 4 minutos para a cola. Cada exemplar com encadernação de luxo necessita de 3 minutos para a costura e de 5 minutos para a cola. Se o local onde são feitas as costuras fica disponível 6 horas por dia e o local onde se cola fica disponível 11 horas por dia, quantos livros de cada tipo devem ser feitos por dia de modo que os locais de trabalho sejam plenamente utilizados?

## EXERCÍCIOS TEÓRICOS ■

**T.1.** Mostre que, se uma matriz $A$ satisfaz apenas as propriedades (a), (b) e (c) [excluindo (d)] da definição de forma escada reduzida por linhas, então, se uma coluna de $A$ contém o primeiro elemento não-nulo de uma linha de $A$, todos os outros elementos dessa coluna *abaixo desse primeiro elemento* são iguais a zero.

**T.2.** Mostre que:

(a) Toda matriz é equivalente por linhas a si mesma.

(b) Se $A$ é equivalente por linhas a $B$, então $B$ é equivalente por linhas a $A$.

(c) Se $A$ é equivalente por linhas a $B$ e $B$ é equivalente por linhas a $C$, então $A$ é equivalente por linhas a $C$.

**T.3.** Prove o Corolário 1.1.

**T.4.** Mostre que o sistema linear $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ não tem solução se e somente se sua matriz aumentada é equivalente por linhas a uma matriz em forma escada reduzida por linhas que tem uma linha cujos $n$ primeiros elementos são nulos e cujo $(n+1)$-ésimo elemento é 1.

**T.5.** Seja

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

Mostre que $A$ é equivalente por linhas a $I_2$ se e somente se $ad - bc \neq 0$.

**T.6.** (a) Seja

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ ka & kb \end{bmatrix}.$$

Use o Exercício T.5 para determinar se $A$ é equivalente por linhas a $I_2$.

(b) Seja $A$ uma matriz $2 \times 2$ com linha nula. Use o Exercício T. 5 para determinar se $A$ é equivalente por linhas a $I_2$.

**T.7.** Encontre a matriz na forma escada reduzida por linhas que é equivalente por linhas a

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}.$$

**T.8.** Seja

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

Mostre que o sistema homogêneo $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ tem apenas a solução trivial se e somente se $ad - bc \neq 0$.

**T.9.** Seja $A$ uma matriz $n \times n$ em forma escada reduzida por linhas. Mostre que, se $A \neq I_n$, então $A$ tem uma linha nula.

**T.10.** Mostre que os valores de $\lambda$ para os quais o sistema homogêneo

$$\begin{aligned} (a-\lambda)x + \quad\quad by &= 0 \\ cx + (d-\lambda)y &= 0 \end{aligned}$$

tem uma solução não-trivial satisfaz a equação $(a-\lambda)(b-\lambda) - bc = 0$. (*Sugestão:* Veja o Exercício T.8.)

**T.11.** Sejam $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ soluções do sistema linear homogêneo $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

(a) Mostre que $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ é uma solução.

(b) Mostre que $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ é uma solução.



(c) Mostre que $r\mathbf{u}$ é uma solução qualquer que seja o escalar $r$.

(d) Mostre que $r\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ é uma solução quaisquer que sejam os escalares $r$ e $s$.

**T.12.** Mostre que, se $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ são soluções do sistema linear $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, então $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ é uma solução do sistema homogêneo associado $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

**T.13.** Seja $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$ um sistema linear compatível.

(a) Mostre que, se $\mathbf{x}_p$ é uma solução particular do sistema não-homogêneo dado e se $\mathbf{x}_h$ é uma solução do sistema homogêneo associado $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$, então $\mathbf{x}_p + \mathbf{x}_h$ é uma solução do sistema dado $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

(b) Mostre que toda solução $\mathbf{x}$ do sistema linear não-homogêneo $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ pode ser colocada na forma $\mathbf{x}_p + \mathbf{x}_h$, onde $\mathbf{x}_p$ é uma solução particular do sistema não-homogêneo dado e $\mathbf{x}_h$ é uma solução do sistema homogêneo associado $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$. [*Sugestão:* Escreva $\mathbf{x} = \mathbf{x}_p + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_p)$.]

## EXERCÍCIOS COM O MATLAB ■

Para usar o MATLAB nesta seção, você já deve ter lido o Cap. 10 até a Seção 10.4.

**ML.1.** Seja

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ -3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 5 & -1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Encontre as matrizes obtidas efetuando, sucessivamente, as seguintes operações elementares nas linhas da matriz $A$. Faça as operações nas linhas diretamente usando o operador dois pontos(:).

(a) Multiplique a linha 1 por $\frac{1}{4}$.

(b) Some 3 vezes a linha 1 à linha 2.

(c) Some $(-1)$ vez a linha 1 à linha 3.

(d) Some $(-5)$ vezes a linha 1 à linha 4.

(e) Permute as linhas 2 e 4.

**ML.2.** Seja

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}.$$

Encontre as matrizes obtidas efetuando, sucessivamente, as operações elementares a seguir nas linhas da matriz $A$. Faça as operações nas linhas diretamente usando o operador dois pontos(:).

(a) Multiplique a linha 1 por 2.

(b) Some $(-1/3)$ vez a linha 1 à linha 2.

(c) Some $(-1)$ vez a linha 1 à linha 3.

(d) Permute as linhas 2 e 3.

**ML.3.** Use o comando **reduce** para encontrar a forma escada reduzida por linhas da matriz $A$ no Exercício ML.1.

**ML.4.** Use o comando **reduce** para encontrar a forma escada reduzida por linhas da matriz $A$ no Exercício ML.2.

## Seção 1.3

**1.** (a) 2. (b) 1. (c) 4. (d) 1.

**3.** $\pm 2$.

**5.** (a) $\begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 14 & -6 \end{bmatrix}$. (b) $\begin{bmatrix} 7 & 6 & -11 \\ 18 & 4 & -14 \\ 19 & -2 & -7 \end{bmatrix}$.

(c) Impossível. (d) $\begin{bmatrix} 26 & -9 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$.

(e) Impossível.

**7.** (a) 4. (b) 13. (c) 3. (d) 12.

**9.** $AB = \begin{bmatrix} -4 & 7 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$; $BA = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$.

**11.** (a) $\begin{bmatrix} 6 \\ 25 \\ 10 \\ 25 \end{bmatrix}$. (b) $\begin{bmatrix} 12 \\ 11 \\ 17 \\ 20 \end{bmatrix}$.

**13.** $2\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix} + 1\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$.

**15.** (a) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$.

(b) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$.

(c) $\left[\begin{array}{cccc:c} 2 & 0 & 0 & 1 & 7 \\ 3 & 2 & 3 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & -4 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \end{array}\right]$.

**17.**
$$\begin{aligned} 2x \qquad - 4z &= 3 \\ y + 2z &= 5 \\ x + 3y + 4z &= -1. \end{aligned}$$

**19.** São equivalentes.

**21.** (a) $x\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$.

(b) $x\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} + z\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

**23.** (a) $r = -5$. (b) $BA^T$.

**25.** $A + B = \left[\begin{array}{cc:c} 4 & 5 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ \hdashline 6 & -2 & 6 \end{array}\right]$ é uma das maneiras possíveis

**27.** $AB$ nos dá o custo total da produção de cada produto em cada cidade:

$$\begin{array}{ccc} \text{Salt Lake City} & \text{Chicago} & \\ \left[\begin{array}{c} 38 \\ 67 \end{array}\right. & \left.\begin{array}{c} 44 \\ 78 \end{array}\right] & \begin{array}{l} \text{Cadeira} \\ \text{Mesa} \end{array} \end{array}$$

**28.** (a) 2800 g. (b) 600 g.

**ML.1.** (a) $\begin{bmatrix} 4.5000 & 2.2500 & 3.7500 \\ 1.5833 & 0.9167 & 1.5000 \\ 0.9667 & 0.5833 & 0.9500 \end{bmatrix}$.

(b) `??? Error using ==> *` [Erro na utilização
`Inner matrix dimensions must agree.`
[As dimensões internas têm que se iguais.]

(c) $\begin{bmatrix} 5.0000 & 1.5000 \\ 1.5833 & 2.2500 \\ 2.4500 & 3.1667 \end{bmatrix}$.

(d) `??? Error using ==> *`
`Inner matrix dimensions must agree.`

(e) `??? Error using ==> *`
`Inner matrix dimensions must agree.`

(f) `??? Error using ==> -`
`Inner matrix dimensions must agree.`

(g) $\begin{bmatrix} 18.2500 & 7.4583 & 12.2833 \\ 7.4583 & 5.7361 & 8.9208 \\ 12.2833 & 8.9208 & 14.1303 \end{bmatrix}$.

**ML.3.** $\begin{bmatrix} 4 & -3 & 2 & -1 & -5 \\ 2 & 1 & -3 & 0 & 7 \\ -1 & 4 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$.

**ML.5.** (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$.

(b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,3333 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2500 \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$.

## Seção 1.4

**1.** $A + B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$.

$A + B + C = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 0 \\ 8 & 5 & 10 \end{bmatrix}$.

**3.** $A(B + C) = \begin{bmatrix} -10 & -8 & 16 \\ 10 & 14 & -28 \end{bmatrix}$.

**5.** $A(rB) = \begin{bmatrix} -6 & 18 & -42 \\ 9 & -27 & 0 \end{bmatrix}$.

**7.** $(AB)^T = \begin{bmatrix} 11 & 5 \\ 15 & -4 \end{bmatrix}$.

**9.** (a) $\begin{bmatrix} 2 & -62 \\ 25 & 33 \\ 30 & 15 \end{bmatrix}$.



(b) $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -3 \\ -11 & -3 \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} 6 & 10 & 16 \\ -9 & 7 & 18 \end{bmatrix}$.

(d) $\begin{bmatrix} -2 & 30 \\ -6 & 38 \\ -4 & -20 \end{bmatrix}$.

(e) $\begin{bmatrix} 1 & 11 & 28 \\ 7 & 17 & 30 \end{bmatrix}$.

**11.** $AB = AC = \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ -8 & 6 \end{bmatrix}$.

**13.** (a) $\begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 10 & 20 \end{bmatrix}$. (b) $\begin{bmatrix} 247 & 206 \\ 103 & 144 \end{bmatrix}$.

**15.** $r = 3$.

**17.** $A^TA = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^T \\ \mathbf{a}_2^T \\ \mathbf{a}_3^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 25 & 14 & -3 \\ 14 & 29 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

**19.** (a) $\begin{bmatrix} \frac{4}{9} \\ \frac{5}{9} \end{bmatrix}$. (b) $\begin{bmatrix} \frac{3}{7} \\ \frac{4}{7} \end{bmatrix}$.

**ML.1.** (a) $k = 3$. (b) $k = 5$.

**ML.3.** (a) $\begin{bmatrix} 0 & -2 & 4 \\ 4 & 0 & -2 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$. (b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

**ML.5.** A seqüência parece estar convergindo para

$$\begin{bmatrix} 1,0000 & 0,7500 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

**ML.7.** (a) $A^TA = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ -3 & 9 & 2 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$,

$AA^T = \begin{bmatrix} 6 & -1 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \\ -3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$.

(b) $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$,

$C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

(c) $B + C = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$,

$B + C = 2A$.

## Seção 1.5

**1.** $A$, $E$, $G$.

**3.** (a) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$.

(b) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 & 2 \\ -12 & 8 & -20 & -24 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} 0 & 6 & 6 & 4 \\ 3 & -2 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

**5.** Algumas respostas possíveis:

(a) $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 7 & 5 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \\ -2 & 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$.

(b) $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 & 8 \\ -4 & 8 & -4 & 12 \\ 2 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 7 & 5 \\ -1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -1 & 10 \end{bmatrix}$.

**7.** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

**9.** (a) $x = -2 + r$, $y = -1$, $z = 8 - 2r$, $w = r$, $r$ = um número real arbitrário.
(b) $x = 1$, $y = 2/3$, $z = -2/3$.
(c) Não tem solução.

**11.** (a) $a = -2$. (b) $a \neq \pm 2$. (c) $a = 2$.

**13.** (a) $a = \pm\sqrt{6}$. (b) $a \neq \pm\sqrt{6}$. (c) Nenhum.

**15.** (a) $x = -1$, $y = 4$, $z = -3$.
(b) $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

**17.** (a) $x = 1 - r$, $y = 2$, $z = 1$, $w = r$, $r$ = um número real arbitrário.
(b) Não tem solução.

**19.** $x = -r$, $y = 0$, $z = r$, $r$ = um número real arbitrário.

**21.** $-3a - b + c = 0$.

**23.** $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix}$, onde $r \neq 0$.

**25.** $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4}r \\ \frac{1}{4}r \\ r \end{bmatrix}$, onde $r \neq 0$.

**27.** $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3$.

**29.** $y = \frac{11}{6}x^3 - 2x^2 + \frac{7}{6}x - 1$.

**31.** 30 cadeiras, 30 mesinhas de centro e 20 mesas de jantar.

**ML.1.** (a) $\begin{bmatrix} 1{,}0000 & 0{,}5000 & 0{,}5000 \\ -3{,}0000 & 1{,}0000 & 4{,}0000 \\ 1{,}0000 & 0 & 3{,}0000 \\ 5{,}0000 & -1{,}0000 & 5{,}0000 \end{bmatrix}$.

(b) $\begin{bmatrix} 1{,}0000 & 0{,}5000 & 0{,}5000 \\ 0 & 2{,}5000 & 5{,}5000 \\ 1{,}0000 & 0 & 3{,}0000 \\ 5{,}0000 & -1{,}0000 & 5{,}0000 \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} 1{,}0000 & 0{,}5000 & 0{,}5000 \\ 0 & 2{,}5000 & 5{,}5000 \\ 0 & -0{,}5000 & 2{,}5000 \\ 5{,}0000 & -1{,}0000 & 5{,}0000 \end{bmatrix}$.

(d) $\begin{bmatrix} 1{,}0000 & 0{,}5000 & 0{,}5000 \\ 0 & 2{,}5000 & 5{,}5000 \\ 0 & -0{,}5000 & 2{,}5000 \\ 0 & -3{,}5000 & 2{,}5000 \end{bmatrix}$.

(e) $\begin{bmatrix} 1{,}0000 & 0{,}5000 & 0{,}5000 \\ 0 & -3{,}5000 & 2{,}5000 \\ 0 & -0{,}5000 & 2{,}5000 \\ 0 & 2{,}5000 & 5{,}5000 \end{bmatrix}$.

**ML.3.** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

**ML.5.** $x = -2 + r, y = -1, z = 8 - 2r, w = r, r =$ um número real arbitrário.

**ML.7.** O sistema só tem a solução trivial.

**ML.9.** $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0{,}5r \\ r \end{bmatrix}$.

**ML.11.** Exercício 15:
(a) Uma única solução: $x = -1, y = 4, z = -3$.
(b) A única solução é a solução trivial.
Exercício 16:
(a) $x = r, y = -2r, z = r$, onde $r$ é um número real arbitrário.
(b) Uma única solução: $x = 1, y = 2, z = 2$.

**ML.13.** O comando \ nos dá uma matriz que mostra que o sistema não tem solução. O comando **rref** mostra uma mensagem avisando que o resultado pode conter erros de aproximação grandes.

## Seção 1.6

**1.** $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$.

**3.** Invertível: $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$.

**5.** (a) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{12} \end{bmatrix}$. (b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} \frac{7}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{4}{9} & -\frac{1}{9} & -\frac{4}{9} & \frac{1}{9} \\ -\frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{9} & \frac{2}{9} \\ -\frac{5}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$.

**7.** (a) $\begin{bmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$. (b) Singular.

(c) $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$.

**9.** (a) Singular. (b) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$.

**11.** (a) e (b). **13.** $\begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$.

**17.** (a) $\begin{bmatrix} -30 \\ 60 \\ 10 \end{bmatrix}$. (b) $\begin{bmatrix} 23 \\ -31 \\ -1 \end{bmatrix}$. **19.** Sim.

**21.** $\lambda = -1, \lambda = 3$.

**23.** $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$. **25.** $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 19 \\ 23 \end{bmatrix}$.

**ML.1.** (a) e (c).

**ML.3.** (a) $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$.

(b) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$.

**ML.5.** (a) $t = 4$. (b) $t = 3$.

## Exercícios Suplementares

**1.** $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 26 & 6 \end{bmatrix}$. **3.** $\begin{bmatrix} 19 & 10 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$.



**5.** (a) $\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 0 & 2 & -8 \end{array}\right]$.

(b) $3x + 2y = -4$
$5x + y = 2$
$3x + 2y = 6$.

**7.** $x = 1, y = 2, z = -2$. **9.** (a) $a = -3$. (b) $a \neq \pm 3$. (c) $a = 3$.

**11.** $x = -3r, y = r, z = 0, r =$ um número real arbitrário.

**13.** $\begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}$.

**15.** Sim. **17.** $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$.

**21.** (a) $a \neq 15$. (b) Nenhum. (c) $a = 15$.

**23.** $a \neq 1, -1$.

**25.** (a) $k = 1$; $B = \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

$k = 2$; $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

$k = 3$; $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

$k = 4$; $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

(b) As respostas não são únicas. Basta que a linha 2 de $B$ tenha todos os elementos nulos.

**27.** (a) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B$.

(c) $I_4$.

**29.** $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}, A^3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{7}{8} \\ 0 & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$,

$A^4 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{15}{16} \\ 0 & \frac{1}{16} \end{bmatrix}, A^5 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{31}{32} \\ 0 & \frac{1}{32} \end{bmatrix}$.

Tudo indica que $A_n = \begin{bmatrix} 1 & (2^n - 1)/2^n \\ 0 & 1/2^n \end{bmatrix}$.

## Teste do Capítulo

**1.** Não tem solução.
**2.** (a) $a = 2, 3$. (b) $a \neq 2, 3$. (c) Nenhum.

**3.** $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$. **4.** $-2, 3$.

**5.** (a) $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 5 \\ -2 & 2 & -8 \\ 0 & 5 & -3 \end{bmatrix}$. (b) $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -4 \\ 14 \\ 25 \end{bmatrix}$.

**6.** (a) F. (b) V. (c) F. (d) V. (e) F.

# Capítulo 2

## Seção 2.1

**1.** (a) 5. (b) 7. (c) 4. (d) 4. (e) 7. (f) 0.
**3.** (a) −. (b) +. (c) −. (d) −. (e) +. (f) +.
**5.** (a) 7. (b) 30. (c) −24. (d) 4.
**7.** A expressão tem 24 termos.
**9.** $|B| = 3, |C| = 9, |D| = -3$.
**11.** (a) $\lambda^2 - 3\lambda - 4$. (b) $\lambda^2 - 5\lambda + 6$.
**13.** (a) −1, 4. (b) 2, 3.
**15.** (a) 72. (b) 0. (c) −24.
**17.** (a) −30. (b) 0. (c) 6. **21.** $-\frac{3}{2}$.
**ML.1.** (a) −18. (b) 5.
**ML.3.** (a) 4. (b) 0.
**ML.5.** $t = 3, t = 4$.

## Seção 2.2

**1.** $A_{11} = -11, A_{12} = 29, A_{13} = 1,$
$A_{21} = -4, A_{22} = 7, A_{23} = -2;$
$A_{31} = 2, A_{32} = -10, A_{33} = 1$.

**3.** (a) −43. (b) 75. (c) 0.

**5.** (a) 0. (b) −6. (c) −36.

**9.** (a) $\begin{bmatrix} 24 & -42 & -30 \\ 19 & -2 & -30 \\ -4 & 32 & 30 \end{bmatrix}$. (b) 150.

**11.** (a) Singular. (b) $\begin{bmatrix} \frac{2}{7} & -\frac{3}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{20} & \frac{3}{20} \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix}$.

**13.** (a) $\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$. (b) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} \frac{15}{14} & \frac{5}{28} & -\frac{9}{28} & -\frac{23}{14} \\ \frac{8}{7} & -\frac{1}{7} & -\frac{1}{7} & -\frac{9}{7} \\ \frac{3}{7} & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} & -\frac{6}{7} \\ -\frac{4}{7} & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} & \frac{8}{7} \end{bmatrix}$.

**15.** (d) é invertível.
**17.** (a) 1, 4. (b) −5, 0, 3.