(0,5) GABARITO VR

1a) $\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}{x} \cdot \frac{(\sqrt{x+2}+\sqrt{x})}{(\sqrt{x+2}+\sqrt{x})} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\cancel{x}+2-\cancel{x}}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{x})}$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{2}{x\sqrt{x+2}+x\sqrt{x}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{2}{x(x+2)^{1/2}+x^{3/2}} = +\infty$

Tudo ou nada.

1b
(1,0) $y = x \cdot e^{2x} + \frac{x^2-1}{(x^2+3)^3}$

0,3 Produto
0,3 quociente
0,4 Regra da cadeia

$y' = 1e^{2x} + x\,2e^{2x} + \left(\frac{2x(x^2+3)^3 - (x^2-1)\,3(x^2+3)^2\,2x}{(x^2+3)^6}\right)$

(1,0) 1c

$\int \underbrace{e^x}_{f}\,\underbrace{\operatorname{sen} x}_{g'}\,dx = fg - \int f'g\,dx$

$= -e^x\cos x - \int e^x(-\cos x)\,dx$ 0,2

$f = e^x$ $g' = \operatorname{sen} x$
$f' = e^x$ $g = -\cos x$ 0,2

$= -e^x\cos x + \int e^x \cos x\,dx$

Aplicando integração por partes novamente

$\int \underbrace{e^x}_{f}\,\underbrace{\cos x}_{g'}\,dx = e^x \operatorname{sen} x - \int e^x \operatorname{sen} x\,dx$

então 0,2

$\int e^x \operatorname{sen} x\,dx = -e^x\cos x + \left(e^x \operatorname{sen} x - \int e^x \operatorname{sen} x\,dx\right)$ 0,2

$2\int e^x \operatorname{sen} x\,dx = e^x \operatorname{sen} x - e^x \cos x + C$ 0,2

$\Rightarrow \int e^x \operatorname{sen} x\,dx = \frac{e^x}{2}(\operatorname{sen} x - \cos x) + C$ 0,2

1,5pt

Pelo T.F.C

3ª Dado $g(x) = \int_0^x 1+t \, dt \Rightarrow g'(x) = 1 + x$ 0,5

$g(0) = 0$

$y - g(0) = g'(0)(x - 0)$ 0,2

$g'(0) = 1$ 0,3

$y - 0 = 1(x - 0)$ 0,3

$y = x$ 0,2

4) 1,5pt

0,7 $\lim_{x \to -3} f(x) \; \frac{9-x^2}{3x+9} = \lim_{x \to -3} \frac{(3-x)\cancel{(3+x)}}{3\cancel{(x+3)}} = \lim_{x \to -3} \frac{(3-x)}{3} = 2$

$f(x) \begin{cases} \frac{9-x^2}{3x+9} & x \neq -3 \\ a & \text{em } x = -3 \end{cases}$, em $x = -3$

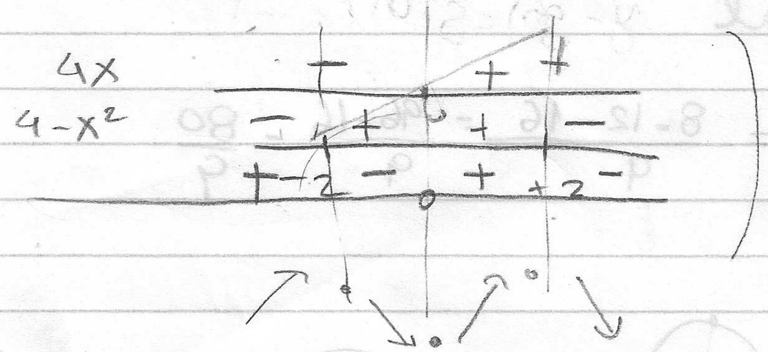
Para $f(x)$ ser contínua $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

$\lim_{x \to -3} f(x) = f(-3) = a$ então $f(a) = 2$ 0,8

$2 = a$

$f(x) = 8x^2 - x^4 = x^2(8 - x^2)$

$f'(x) = 16x - 4x^3 = 4x(4 - x^2)$ 0,2

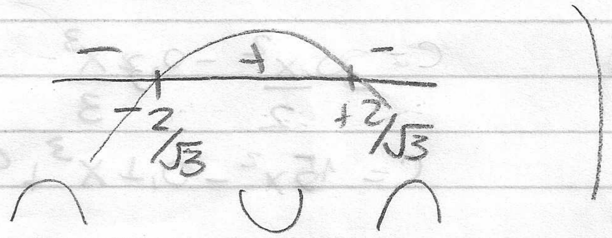


0,2

crescente $(-\infty, -2) \cup (0, +2)$
decrescente $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ 0,2

$x = -2$ e $x = 2$ máximo local 0,2
$x = 0$ mínimo local 0,2

$f''(x) = 16 - 12x^2 = 4(4 - 3x^2)$ 0,2



0,2

côncavo p/ baixo $(-\infty, -2/\sqrt{3}) \cup (2/\sqrt{3}, +\infty)$
côncavo p/ cima $(-2/\sqrt{3}, +2/\sqrt{3})$ 0,2

abscissas ponto de inflexão $-2/\sqrt{3}$ e $2/\sqrt{3}$ 0,2

ñ tem assíntoto vertical (f é contínua $\forall x \in \mathbb{R}$) 0,2

$\lim_{x \to +\infty} f(x) \quad x^4\left(\frac{8}{x^2} - 1\right) = -\infty$

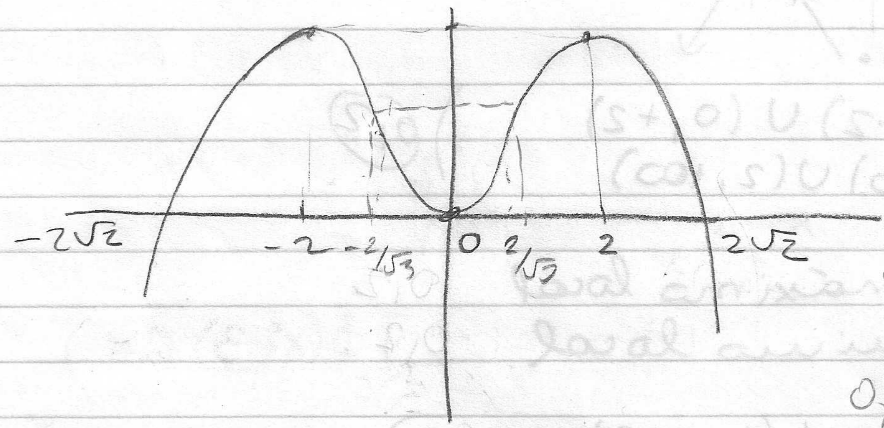
$\lim_{x \to -\infty} f(x) \quad x^4\left(\frac{8}{x^2} - 1\right) = -\infty$ 0,2

não tem assíntota horizontal 0,2

(2, 16) máximo local
(−2, 16)

(0, 0) mínimo local

$f(2/\sqrt{3}) = 8 \cdot 4/3 - 16/9 = \frac{8 \cdot 12 - 16}{9} = \frac{96-16}{9} = \frac{80}{9}$



0,6

0,4 sem inflexão
ou
0,4 sem $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = -\infty$

5) $c'(x) = 30x - 0,3x^2$ 0,5
$x(30 - 0,3x)$
$x = 0, \quad x = 100$
0,5

$C = 30\frac{x^2}{2} - 0,3\frac{x^3}{3}$
$C = 15x^2 - 0,1x^3 + 400$

$c' = 30x - 0,3x^2$
$x(30 - 0,3x)$
$30 = 0,3x$

	0		100	
x	−	+		+
$30-0,3x$	+	+		−
$c'(x)$	−	+		−

$c' =$ 0,5
$c' = 0$ 0,5
justificativa para $x = 100$ 0,5

0,2 sobre
0,2 sobre

Pelo Teste da derivada primeira para valores extremos em $x = 100$ temos custo máximo