

Lista de Exercícios – Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de 1ª ordem

1 – Identifique quais das EDO's abaixo são lineares de 1ª ordem:

a)  $y' - 2y = 3$

c)  $y' - \sqrt{t} y = \cos(t)$

b)  $y' - \cos(y) = 1$

d)  $y'' - y' + 4y = 3$

2 – Verifique que

$$y_c = Ae^{-at}$$

é solução geral de  $\frac{dy}{dt} + ay = 0$  (equação homogênea associada à  $\frac{dy}{dt} + ay = b$ ).

3 – Resolva a equação  $\frac{dy}{dt} + 4y = 0$  com  $y(0) = 1$  usando a fórmula da questão anterior e o método visto na aula passada (método do fator integrante). Observe que a solução obtida é a mesma.

4- Verifique que

$$y_p = \frac{b}{a}, a \neq 0,$$

é solução de  $\frac{dy}{dt} + ay = b$  ( $y_p$  é a solução mais simples possível que satisfaz a condição  $\frac{dy}{dt} = 0$ ).

5 – Verifique que

$$y(t) = y_c + y_p = Ae^{-at} + \frac{b}{a} (a \neq 0) \quad (*)$$

é solução de  $\frac{dy}{dt} + ay = b$ . Observe que (\*) é a mesma solução obtida usando o método do fator integrante.

6- Verifique que

$$y(t) = \left( y_0 - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a}$$

é solução do P.V.I.  $\frac{dy}{dt} + ay = b$ ,  $y(0) = y_0$ .

7- Resolva a equação  $\frac{dy}{dt} + 2y = 6$  com a condição inicial  $y(0) = 10$  usando a fórmula da questão anterior e o método do fator integrante. Observe que a solução obtida é a mesma.

8 - O lucro marginal de uma empresa é  $L'(x) = 100 - 2x$  (reais por unidade) para  $x$  unidades fabricadas. Determine a função lucro  $L(x)$  sabendo que o lucro é R\$ 700,00 para 10 unidades fabricadas.

9 - O lucro marginal de uma empresa que produz e vende certo produto é  $L'(x) = -0,2x + 50$  onde  $x$  é o número de unidades vendidas por dia. Quando 100 unidades são produzidas e vendidas, o lucro da empresa é R\$ 1.500,00. Determine o lucro da empresa para o nível de produção e vendas de 200 unidades.

10 - O custo marginal da produção de  $x$  unidades de um produto é dado por  $C'(x)=6x + 1$ . Determine a função custo  $C(x)$ , sabendo que o custo total de produzir uma unidade é R\$ 130,00. Qual o custo total de produzir 10 unidades?

11 - O valor de revenda de certa máquina industrial decresce a uma taxa que varia com o tempo, durante um período de 10 anos. Quando a máquina tem  $t$  anos de uso, a taxa na qual seu valor está variando é de  $220(t - 10)$  reais por ano. Escreva a EDO que modela a variação do valor da máquina em função do tempo. Se a máquina valia R\$ 12.000,00 quando nova, qual a função que descreve o valor da máquina em função do tempo? Qual será seu valor com 10 anos de uso?

### GABARITO

1 - a) e c)

$$3 - y(t)=e^{-4t}$$

$$7 - y(t)=7e^{-2t}+3$$

$$8 - L(x)=-x^2+100x-200$$

9 -  $L(x)=-0,1x^2+50x-2500$ ,  $L(200)=3500$  (o lucro da empresa para o nível de produção e vendas de 200 unidades é de R\$3500,00)

10 -  $C(x)=3x^2+x+126$ ,  $C(10)=436$  (o custo total de produzir 10 unidades é de R\$436,00)

11 -  $\frac{dV}{dt} = 220(t - 10)$ ,  $V(t)=110t^2-2200t+12000$ ,  $V(10)=1000$  (o valor da máquina com 10 anos de uso será de R\$1000,00)