

Propriedades das Relações

Matemática Discreta – Turma B1.
2016.2

Propriedades das Relações

Uma relação binária em um conjunto V
(uma endorrelação em V) pode ter
determinadas propriedades.

Reflexividade

- ▶ A propriedade de reflexão garante que um elemento sempre se relaciona consigo mesmo, ou seja:
Seja a um elemento qualquer de uma relação e

$$\forall a \in \mathcal{U} \ aRa$$

Todos os elementos se relacionam consigo mesmo

- ▶ Exemplo:
 - ▶ Igualdade (=) é uma relação reflexiva
 - ▶ $2 = 2, 3 = 3, 20 = 20, \text{ etc}$

Simetria

- ▶ Uma relação de simetria é aquela onde se um elemento se relaciona outro, o outro se relaciona a esse.

$$\forall a, b \in \mathcal{U} \quad aRb \rightarrow bRa$$

- ▶ Exemplo:
 - ▶ Diferente (\neq) é uma relação simétrica
 - ▶ $2 \neq 3 \rightarrow 3 \neq 2$

Transitividade

- ▶ Uma relação transitiva é aquela onde três elementos se relacionam da seguinte forma: o primeiro tem relação com o segundo e este tem relação com um terceiro, então o primeiro elemento tem relação com o terceiro.

$$\forall a, b, c \in \mathcal{U} \quad aRb \text{ e } bRc \rightarrow aRc$$

- ▶ Exemplo:

- ▶ Menor ou Igual (\leq) é uma relação transitiva
- ▶ $2 \leq 3$ e $3 \leq 4 \rightarrow 2 \leq 4$

Irreflexividade

- ▶ A propriedade de irreflexividade garante que um elemento sempre NÃO se relaciona consigo mesmo, ou seja:
Seja a um elemento qualquer de uma relação e
Para todo a pertencente a V , (a, a) NÃO pertence a R .
- ▶ Exemplo:
 - ▶ Seja $V = \{0, 1, 2\}$, $R = \{(0, 1), (1, 2), (2, 1)\}$ é irreflexiva

Antissimetria

Para todo x e y pertencentes a V , se temos os pares (x,y) e (y,x) pertencentes a R , então obrigatoriamente $x = y$.

Exemplo: $V = \{1,2,3\}$, $R_1 = \{(1,3),(3,1)\}$ não é antissimétrica
 $R_2 = \{(1,3)\}$ é antissimétrica

Referências

Paulo B. Menezes, Matemática Discreta para Computação e Informática, 4a. edição, Porto Alegre: bookman, 2013. Seção 6.1