Universidade Federal Fluminense
Departamento de Análise
GAN00145 – Matemática para Economia 1
Professora Ana Maria Luz
2001.1

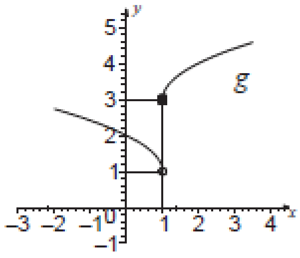
Lista 2 (Limite de uma função de uma variável real)

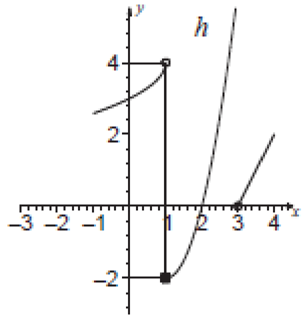
Atenção: em todas as questões as justificativas da resolução precisam ser fornecidas.

1. Os gráficos de g e h são dados. Ache os limites laterais de f no ponto indicado.

$f(x) = g(x) \cdot h(x)$
e
$f(x) = (h \circ g)(x)$

ambas no ponto $x = 1$





2 - Determine os limites:

a) $\lim\limits_{x \to -7} \dfrac{x^2 - 49}{x + 7}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$ c) $\lim\limits_{x \to 1} \sqrt[3]{\dfrac{27x^3 + 4x - 4}{x^{10} + 4x^2 + 3x}}$ d) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}{x - 2}$

Nas questões de 3 a 8, verifique se as funções são contínuas nos valores dados:

3) $f(x) = \begin{cases} 5 + x & \text{se} \quad x \le 3 \\ 9 - x & \text{se} \quad x > 3 \end{cases}$ em $a = 3$

4) $f(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{se} \quad x > 1 \\ x^2 & \text{se} \quad x \le 1 \end{cases}$ em $a = 1$

5) $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se} \quad x < 0 \\ 0 & \text{se} \quad x = 0 \\ 1 & \text{se} \quad x > 0 \end{cases}$ em $a = 0$

6) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} & \text{se} \quad x \ne -1 \\ -4 & \text{se} \quad x = -1 \end{cases}$ em $a = -1$

7) $f(x) = \begin{cases} 3 + x & \text{se} \quad x \le 1 \\ 3 - x & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$ em $a = 1$

8) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 9}{x - 3} & \text{se} \quad x \ne 3 \\ 2 & \text{se} \quad x = 3 \end{cases}$ em $a = 3$

Nas questões 9 e 10, determine o valor de a para que f(x) seja contínua no valor indicado.

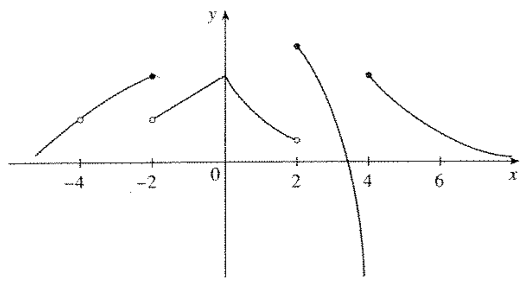
9) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{9 - x^2}{3x + 9} & \text{se} \quad x \ne -3 \\ a & \text{se} \quad x = -3 \end{cases}$ em $x = -3$

10) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{4x^2 - 36}{5x - 15} & \text{se} \quad x \ne 3 \\ a & \text{se} \quad x = 3 \end{cases}$ em $x = 3$

11-

(a) Do gráfico de f, estabeleça os números nos quais f é descontínua e explique por quê.

(b) Para cada um dos números estabelecidos na parte (a), determine se f é contínua à direita ou à esquerda, ou nenhum deles.



Nos exercícios 12. a 15. determine as equações das assíntotas verticais e horizontais do gráfico da função dada.

12. $f(x) = \dfrac{3x}{x-1}$ 13. $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$ 14. $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{2x^2-3x}$ 15. $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}$

16. A função f é tal que para $x \neq 2$, f satisfaz $1+4x-x^2 \leq f(x) \leq x^2-4x+9$. Calcule $\lim_{x\to 2} f(x)$.

17- Leia o texto a seguir;

Uma propriedade importante das funções contínuas está expressa pelo teorema a seguir, cuja prova pode ser encontrada em textos mais avançados de cálculo.

> $\boxed{10}$ **Teorema do Valor Intermediário** Suponha que f seja contínua em um intervalo fechado $[a, b]$ e seja N um número qualquer entre $f(a)$ e $f(b)$, onde $f(a) \neq f(b)$. Então existe um número c em (a, b) tal que $f(c) = N$.

O Teorema do Valor Intermediário estabelece que uma função contínua assume todos os valores intermediários entre os valores funcionais $f(a)$ e $f(b)$. Isso está ilustrado na Figura 8. Note que o valor N pode ser assumido uma vez [como na parte (a)] ou mais [como na parte (b)].

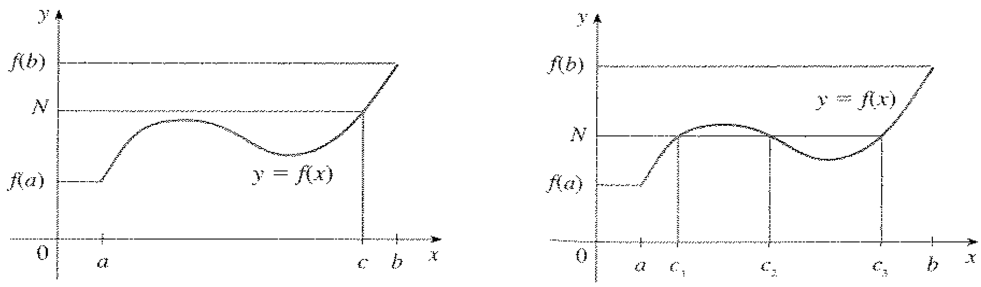


FIGURA 8 (a) (b)

a) Se $f(x)=x^3-x^2+x$, mostre que existe um número c tal que $f(c)=10$.

b) Use o teorema do Valor intermediário para provar que existe um número c positivo tal que seu quadrado é igual a $c^2=2$ (Isso prova a existência do número $\sqrt{2}$).

18. Determine os limites abaixo:

a) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^3-3x^2+2x}{x^2-2x}$

b) $\lim_{x\to 9} \dfrac{3-\sqrt{x}}{9-x}$

c) $\lim_{x\to 2} \dfrac{1}{(x-2)^2}$

d) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{x^{100}-x^{99}}{x^{101}-x^{100}}$

e) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{x^3-5x^2}{3x}$

f) $\lim_{x\to 0} \dfrac{5}{x^3-x^2}$

g) $\lim_{x\to 3} \sqrt[3]{\dfrac{2+5x-3x^3}{x^2-1}}$

h) $\lim_{x\to 1} \dfrac{3x-3}{x^2-1}$

19- Verifique para quais valores as funções abaixo são continuas

a) $z(x)=\sqrt{3^x-27}$ b) $s(x)=\log_2(1+\text{sen}x)$