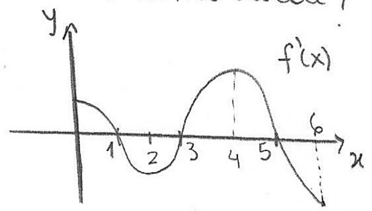
MATEMÁTICA PARA ECONOMIA 1

LISTA 6 - APLICAÇÕES DE DERIVADA

1- O gráfico da derivada f' de uma função está mostrado

a) Em que intervalos f está crescendo ou decrescendo?

b) Em que valores de x a função f tem um máximo ou mínimo local?



2- Uma função produção de curto prazo de uma empresa é dada por

$$Q = 6L^2 - 0{,}2L^3$$

onde L indica o número de trabalhadores

(a) Encontre o tamanho da força de trabalho que maximiza a produção e depois esboce o gráfico da função produção.

(b) O produto médio do trabalho, PM_L, é o total da produção dividido pelo trabalho então simbolicamente:

$$PM_L = \frac{Q}{L}$$

Encontre o valor de L (Tamanho da força de trabalho) que maximiza o produto médio do trabalho. Para este valor de L calcule $(Q)'$ e PM_L. O que você observa?

3- Considere a função $f(x) = x^2$ e $g(x) = \ln(x)$

a) Encontre $h(x) = (g \circ f)(x)$

b) Qual o domínio de $h(x)$?

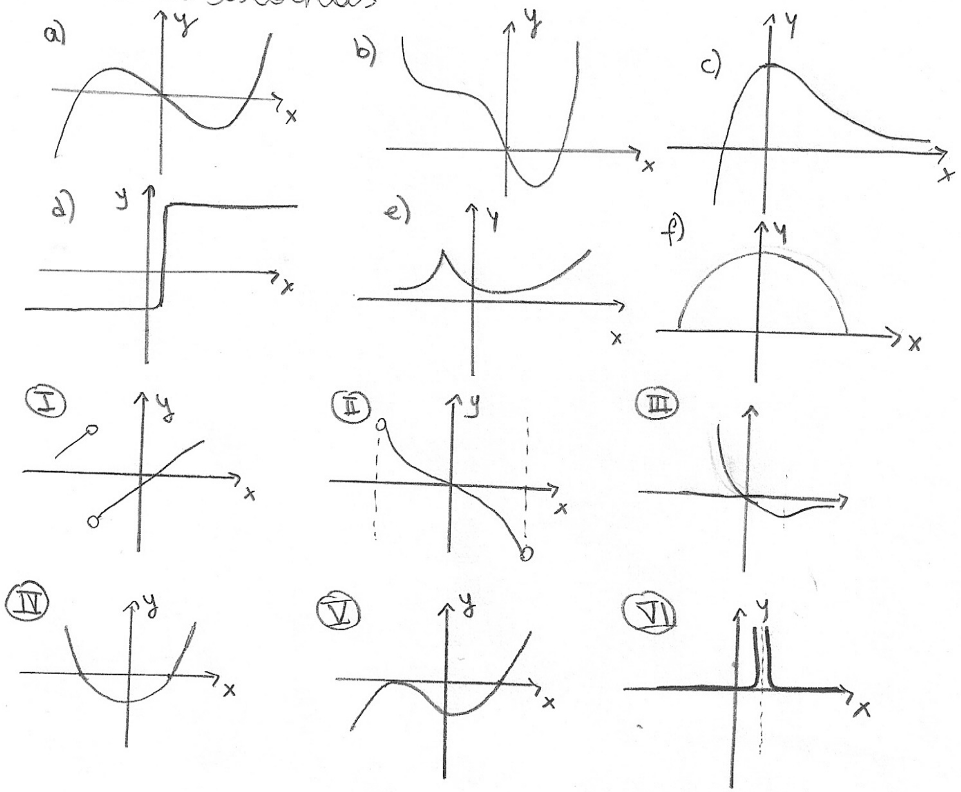
c) Quais os intervalos onde $h(x)$ é crescente e/ou decrescente?

d) Estude a concavidade de $h(x)$

e) Verifique se $h(x)$ tem assíntotas verticais e/ou horizontais

f) Finalmente, usando as informações anteriores faça o esboço do gráfico de $h(x)$.

4- Associe o gráfico de cada função em (a)-(f) com o gráfico de sua derivada em I-VI. Dê razões para suas escolhas



5 - A equação da demanda de um bem é: $\boxed{P+Q=30}$
(P preço e Q produção) e a função custo total é

$$C_T = \frac{1}{2}Q^2 + 6Q + 7$$

a) Encontre o nível de produção que maximiza a renda total ($R_T = P.Q$)

b) Encontre o nível de produção que maximize o lucro ($L = R_T - C_T$). Calcule R_T' e C_T' com esses valores de Q. O que você observa

6 - A função demanda de um bem é dada por

$$Q = 1000\, e^{-0{,}2P}$$

Se os custos fixos são 100 e os custos variáveis são 2 por unidade, mostre que a função lucro é dado por

$$L = 1000\, P\, e^{-0{,}2P} - 2000\, e^{-0{,}2P} - 100$$

(Dica: $L = R_T - C_T$ e $R_T = P.Q$)

- Encontre o preço necessário para maximizar o lucro.

7 - A empresa estima que a renda total recebida pela venda de Q mercadorias é dada por

$$R_T = \ln(1 + 1000Q^2)$$

Calcule a renda marginal quando $Q = 10$.

8 - Se a equação da demanda é

$$P = 200 - 40\ln(Q+1)$$

Calcule a elasticidade do preço da demanda quando $Q = 20$. (Use $\ln(21) \simeq 3{,}04$)

(A elasticidade do preço da demanda é dada por

$$E = -\frac{P}{Q} \times \frac{dQ}{dP}$$

Em economia é comum que a função demanda tenha a forma:

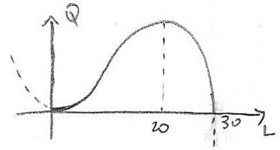
$P = f(Q) \Rightarrow Q = f^{-1}(P)$. Deste modo $\dfrac{dQ}{dP} = \dfrac{1}{\frac{dP}{dQ}}$)

GABARITO - LISTA 6

1 - a) $f'(x) > 0$ em $(0,1) \cup (3,5) \Rightarrow$ f é crescente nestes intervalos
$f'(x) < 0$ em $(1,3) \cup (5,6) \Rightarrow$ f é decrescente nestes intervalos

b) Pelo Teste da derivada primeira temos que em $x = 1$ e 5 f tem máximo local e em $x = 3$ f tem um mínimo local

a) $L = 20$



b) $L = 15$, $(Q)'(15) = 45$
$PM_L(15) = 45$

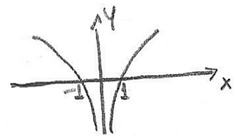
Observa-se que no ponto máximo do produto médio do trabalho: produto marginal do trabalho = produto médio do trabalho

3 - a) $h(x) = \ln(x^2)$ b) $\mathbb{R} - \{0\}$ c) $x > 0$ $h(x)$ é crescente
Para $x < 0$ $h(x)$ é decrescente

d) côncavo para baixo $\forall x \neq 0$

e) $\lim_{x \to 0^+} \ln(x^2) = -\infty$ $\lim_{x \to 0^-} \ln(x^2) = -\infty$
$Y = 0$ é assíntoto vertical
$h(x)$ não tem assíntoto horizontal
$\lim_{x \to +\infty} \ln(x^2) = +\infty$ e $\lim_{x \to -\infty} \ln(x^2) = +\infty$

f)



4 - a - IV , b - V , c - III , d - VI , e - I , f II

5 - a) $Q = 15$ b) $Q = 8$, $R_T'(8) = 14$, $C_T'(8) = 14$
Observa-se que no ponto de lucro máximo renda marginal = custo marginal

6 - $R_T = P.\,1000\,e^{-0{,}2P}$, $C_T = 100 + 2Q = 100 + 2000\,e^{-0{,}2P}$
$L = R_T - C_T = 1000\,P\,e^{-0{,}2P} - 2000\,e^{-0{,}2P} - 100$. $P = 7$ maximiza o lucro

7 - $R_T' = 0{,}2$

8 - $P = 200 - 40\ln(20+1) = 78.4$ (quando $Q = 20$)

$$E = -\frac{78{,}4}{20} \times \left(-\frac{21}{40}\right) = 2.058 \simeq 2.06$$

Usamos que $\dfrac{dP}{dQ} = \dfrac{-40}{Q+1} \Rightarrow \dfrac{dQ}{dP} = \dfrac{-(Q+1)}{40}$