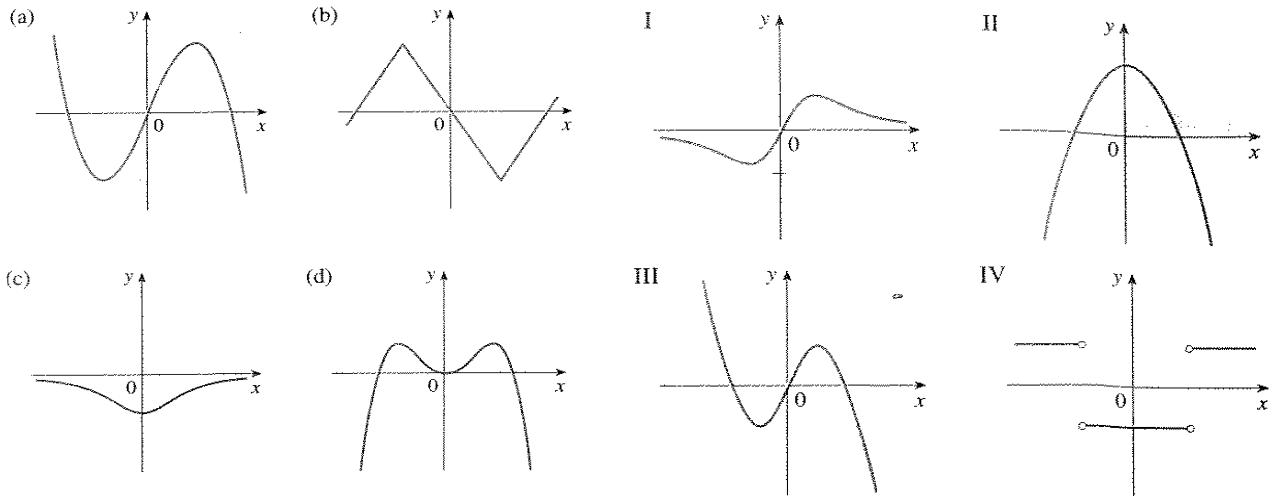


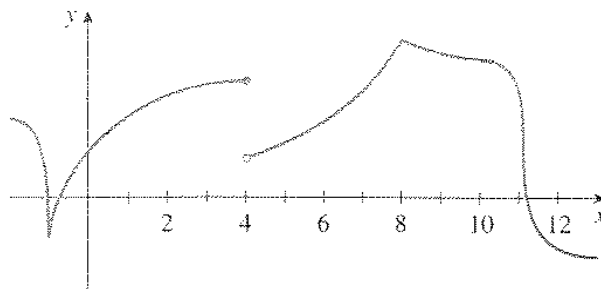
**Lista 4**

1. Associe o gráfico de cada função em (a)-(d) com o gráfico de sua derivada em I-IV. Dê razões para suas escolhas:



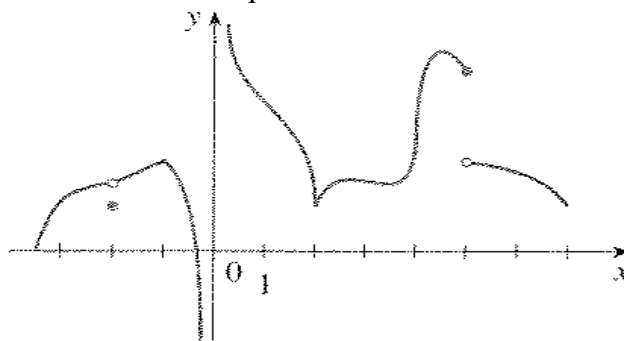
2. Mostre que se  $f$  for diferenciável em  $a$ , então  $f$  é contínua em  $a$ .

3. O gráfico de  $f$  é dado. Estabeleça, explicando, os números nos quais  $f$  não é diferenciável.



4. O gráfico de  $g$  é dado.

- a) Em quais números  $g$  é descontínua? Por quê?
- b) Em quais números  $g$  não é diferenciável? Por quê?



5. Admitindo que  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$  mostre que  $e = \lim_{u \rightarrow 0} (1 + u)^{\frac{1}{u}}$ .

6. Admitindo que  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e = \lim_{u \rightarrow 0} (1 + u)^{\frac{1}{u}}$ , calcule

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$
- b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$
- c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{1-x}$

Nas questões 7 a 25, calcule as derivadas:

$$7) y = (4x + 1)^{-5}$$

$$8) y = (2x^4 - x + 1)^{-4}$$

$$9) y = (x^2 - 3x + 2)^7$$

$$10) y = 5x^2 \cdot (2x + 3)^4$$

$$11) y = (x^2 + 1)(3x + 2)^5$$

$$12) y = 6x^2(x - 1)^3$$

$$13) y = \sqrt{x^2 + 2x - 1}$$

$$14) y = \sqrt[3]{x^2 + 5}$$

$$15) y = (7 + 2\sqrt{x})^5$$

$$16) y = \frac{5}{\sqrt{3x + 4}}$$

$$17) y = \frac{3}{(1 - x^2)^4}$$

$$18) y = \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 1}}$$

$$19) y = \left(\frac{4}{1 - x}\right)^3$$

$$20) y = \left(\frac{x - 1}{x}\right)^4$$

$$21) y = \left(\frac{4x + 1}{x + 2}\right)^3$$

$$22) y = x^2 \operatorname{sen}(3x)$$

$$23) y = (\operatorname{sen}(x))^{1/2}$$

$$24) y = 2^x \cdot (x^2 + 1)^3$$

$$25) y = \sqrt{3^x}$$

**Respostas:**

1) (a)'=II, (b)'=IV, (c)'=I, (d)'=III,

3)  $x = -1$ , e  $x = 11$  (reta tangente vertical),  $x = 4$  (descontinuidade) e  $x = 8$  (derivadas laterais diferentes – quina no gráfico)

4) a)  $x = -2$  ( $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) \neq f(-2)$ ),  $x = 0$  e  $x = 5$  (limites laterais diferentes)

b) nos mesmos valores do item a), e em  $x = -1$  (derivadas laterais diferentes – quina no gráfico) e  $x = 4$  (reta tangente vertical).

6) a)  $e^2$  b)  $e^3$  c)  $e^{-2}$

7)  $-20(4x + 1)^{-6}$  8)  $(-32x^3 + 4)(2x^4 - x + 1)^{-5}$  9)  $7(x^2 - 3x + 2)^6(2x - 3)$

10)  $10x(2x + 3)^3(6x + 3)$  11)  $(3x + 2)^4(21x^2 + 4x + 15)$  12)  $6x(x - 1)^2(5x - 2)$

13)  $\frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x - 1}}$  14)  $\frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2 + 5)^2}}$  15)  $\frac{5(7 + \sqrt{x})^4}{\sqrt{x}}$  16)  $\frac{-15}{2\sqrt{(3x + 4)^3}}$

17)  $\frac{24x}{(1 - x^2)^5}$  18)  $\frac{-4x}{(4x^2 + 1)^{3/2}}$  19)  $\frac{192}{(1 - x)^4}$  20)  $\frac{4(x - 1)^3}{x^5}$

21)  $\frac{21(4x + 1)^2}{(x + 2)^4}$  22)  $2x \operatorname{sen}(3x) + 3x^2 \cos(3x)$  23)  $\frac{\cos x}{2\sqrt{\operatorname{sen} x}}$

24)  $2^x \ln 2 \cdot (x^2 + 1)^3 + 2^x \cdot 6x(x^2 + 1)^2$  25)  $\frac{1}{2\sqrt{3^x}} \cdot 3^x \ln 3$