

**Lista de Exercícios – Espaços Vetoriais – Parte I**

1- Seja  $[v_1, v_2]$  o espaço gerado por  $v_1, v_2$  e  $v \in [v_1, v_2]$ , ou seja,  $v = a_1 v_1 + a_2 v_2$ , Mostre que:

$$[v_1, v_2] = [v_1, v_2, v]$$

Obs.: Esta idéia pode ser generalizada para  $[v_1, \dots, v_n]$ , isto é,

$$[v_1, \dots, v_n] = [v_1, \dots, v_n, v] \text{ se } v \in [v_1, \dots, v_n].$$

2- Classifique as afirmações abaixo como Verdadeiras (V) ou Falsas (F), caso sejam falsas reescreva a afirmação de forma a torná-la verdadeira

- a) O conjunto vazio é linearmente independente. ( )
- b) Todo conjunto que contém o vetor nulo é L.I. ( )
- c) Todo conjunto que tem um subconjunto L.D. é L.D. ( )
- d) Todo subconjunto de um conjunto L.I. é L.I. ( )
- e) Se um vetor de um conjunto é combinação linear de outros vetores desse conjunto, então o conjunto é L.I. ( )
- f) A interseção de dois conjuntos linearmente independentes é linearmente independente - podendo ser o conjunto vazio. ( )
- g) A interseção de um número qualquer de conjuntos linearmente independentes não é linearmente independente. ( )

3- Verifique se as linhas da matriz abaixo são L.I. ou L.D.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Dica: Você pode usar o seguinte resultado: “As linhas não-nulas de uma matriz na forma escalonada são L.I.”, ou escrever as linhas ou colunas da matriz como vetores e usar as técnicas dadas em sala

4- Seja  $V = M(2,2)$  (o espaço vetorial das matrizes  $2 \times 2$ ). Determine se os vetores  $A, B, C \in V$  são L.I ou L.D

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$$

5- Determine se os seguintes vetores formam uma base do espaço vetorial  $\mathbb{R}^3$ :

- a)  $(1, 1, 1)$  e  $(1, -1, 5)$
- b)  $(1, 1, 1), (1, 2, 3)$  e  $(2, -1, 1)$
- c)  $(1, 2, 3), (1, 0, -1), (3, -1, 0)$  e  $(2, 1, -2)$
- d)  $(1, 1, 2), (1, 2, 5)$  e  $(5, 3, 4)$

**GABARITO**

2) a) V b) F c) V d) V e) F f) V g) F      3) L.I.

4) a) L.I.    b) L.D.

5) a) não    b) sim    c) não    d) não