

Lista de Exercícios – Espaços Vetoriais

1- Classifique as afirmações abaixo como Verdadeiras (V) ou Falsas (F), caso sejam falsas reescreva a afirmação de forma a torná-la verdadeira

- a) O conjunto vazio é linearmente independente. ()
- b) Todo conjunto que contém o vetor nulo é L.I.. ()
- c) Todo conjunto que tem um subconjunto L.D. é L.D.()
- d) Todo subconjunto de um conjunto L.I. é L.I. ()
- e) Se um vetor de um conjunto é combinação linear de outros vetores desse conjunto, então o conjunto é L.I. ()
- f) A interseção de dois conjuntos linearmente independentes é linearmente independente - podendo ser o conjunto vazio. ()
- g) A interseção de um número qualquer de conjuntos linearmente independentes não é linearmente independente. ()
- h) A dimensão de qualquer subespaço S do \mathbb{R}^3 só poderá ser 0, 1,2 ou 3. ()
- i) $\dim \{0\}=0$. ()
- j) Se $\dim V=n$, um subconjunto de V com n vetores é L.D. ()

2- Verifique se as linhas da matriz abaixo são L.I. ou L.D.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Dica: Você pode usar o seguinte resultado: “As linhas não-nulas de uma matriz na forma escalonada são L.I.”, ou escrever as linhas ou colunas da matriz como vetores e usar as técnicas dadas em sala

3- Seja $V = M_{(2,2)}(\mathbb{R})$ (o espaço vetorial das matrizes 2x2 com entradas reais). Determine se os vetores A, B, C $\in V$ são L.I ou L.D

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$

4- Determine se os seguinte vetores formam uma base do espaço vetorial \mathbb{R}^3 :

- a) (1, 1, 1) e (1, -1, 5)
- b) (1, 1, 1), (1, 2, 3) e (2, -1, 1)
- c) (1, 2, 3), (1, 0, -1), (3, -1, 0) e (2, 1, -2)
- d) (1, 1, 2), (1, 2, 5) e (5, 3, 4)

5- Encontre o vetor coordenada de $v=(4,-3,2)$ em relação a base $B=\{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$ do \mathbb{R}^3

6- Seja $V = M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ (o espaço vetorial das matrizes 2x2). Completar o conjunto

$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ de modo a formar uma base de $V = M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$

GABARITO

1) a) V b) F c) V d) V e) F f) V g) F h) V i) V j) F 2) L.I.

3) a) L.I. b) L.D.

4) a) não b) sim c) não d) não

5) $[v]_B = (2, -5, 7)$ 6) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$