



1ª Prova de Matemática Discreta	Turma B2	2011/2	Prof ^a . Ana Maria Luz
---------------------------------	----------	--------	-----------------------------------

ATENÇÃO: Respostas sem justificativas **NÃO** serão aceitas.

1ª Questão[1,5 pts] Considere os conjuntos a seguir:

A: O conjunto de todos os naturais divisíveis por 24.

B: O conjunto de todos os naturais que são números pares.

C: O conjunto cujo único elemento é \emptyset .

(a) Defina estes conjuntos por propriedade, usando a notação explicada em aula.

(b) Verdadeiro ou falso? Justifique.

– $A \subseteq B$?

– $B \subseteq A$?

– $C \in P(B)$?

2ª Questão[1,5 pt] Prove por indução que para qualquer natural n temos que $n^3 + 2n$ é divisível por 3.

3ª Questão [1,5 pts] Considerando as propriedades básicas dadas a seguir, prove algebricamente que, para todos os conjuntos A , B e C , temos que

$$\lfloor A \cup (B \cap C) \rfloor \cap \left(\lfloor \bar{A} \cup (B \cap C) \rfloor \cap \overline{(B \cap C)} \right) = \emptyset$$

Propriedades básicas para quaisquer conjuntos A , B e C , temos que:

(P1) $A \cup B = B \cup A$ (Comutatividade de \cup)

(P2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (Associatividade de \cap)

(P3) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (Distributividade)

(P4) $A \cup \emptyset = A$ (elemento neutro da \cup)

(P5) $A \cap \bar{A} = \emptyset$ (propriedade do complemento)

4ª Questão [2 pts] Verdadeiro ou Falso? Justifique. Para todos os conjuntos A , B , C e D , temos que

(a) $\overline{A \cap B} \subseteq \bar{A} \cap \bar{B}$

(b) $(A \times B) \cup (C \times D) \subseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$

5ª Questão [1,5 pts] (Paradoxo de Russell) Prove que a seguinte definição não é um conjunto:

$$N = \{A; A \text{ é um conjunto ordinário}\}.$$

(Lembrando que: um *conjunto ordinário* é um conjunto que não pertence a si mesmo, isto é, A é um *conjunto ordinário* se $A \notin A$).

6ª Questão [2 pts] Sejam $A = \{x\}$, $B = \{x, y\}$. Encontre $A \cup B$, $A \times B$, $P(A \cup B)$, $P(P(A \cup B))$. Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Justifique.

- (a) $(x, y) \in P(A \cup B)$
- (b) $(x, y) \subseteq P(A \cup B)$
- (c) $(x, y) = A \times (B - A)$
- (d) $(x, y) \in P(P(A \cup B))$
- (e) $(y, x) \subseteq P(P(A \cup B))$

(Lembrete: $(x, y) = \{\{x\}, \{x, y\}\}$).

BOA PROVA!!!



Imagem: ryotiras.com