Universidade Federal Fluminense

Instituto de Matemática

2ª Prova de Álgebra Linear Aplicada - Tipo C	Turma E 1	2011/1	Profª. Ana Maria Luz

ATENÇÃO: Respostas sem justificativas **NÃO** serão aceitas.

1ª Questão [2,0 pontos]

0,5 0,5

a) Encontre a equação polar de: $(x-1)^2 + y^2 = 1$ e $y = -2$. → (Tipo A)

b) Encontre a equação cartesiana de: $\rho = 9$ e $\theta = \pi/6$. → (Tipo B)

0,5 0,5

2ª Questão [2,0 pontos] Determine se os seguinte vetores formam uma base do espaço vetorial $\mathbb{R}^3$:

0,5 a) (1, 2, 3), (1, 0, -1),(3, -1, 0) e (2, 1, -2)

0,5 b) (1, 0, 1), (1, -1, 5) e (0, 1, 1) — letra d tipo B

0,5 c) (1, 1, 1) e (1, 2, 3)

0,5 d) (1, 1, 2), (1, 2, 5) e (5, 3, 4) ← letra b Tipo B, letra C tipo A

3ª Questão [2,0 pontos] Identifique a superfície determinada por

$x^2 - 2z^2 + 16z - 40$

$$x^2 + 2y^2 - 8y - 2z^2 + 16z - 40 = 0 \quad 1,0$$

0,5 a)Determine o traço com o plano xOz. 0,5 b)Determine o traço com o plano xOy.

mesmo do Tipo A (2ª q)

4ª Questão [2,5 pontos] Seja $T : P_2(\mathbb{R}) \to P_2(\mathbb{R})$ a transformação linear definida por

$$T(ax^2 + bx + c) = (a + 2b)x^2 + (b + c)x.$$

a) $-4x^2 + 2x - 2$ pertence a N(T)? 0,25

b) $x^2 + 2x + 1$ pertence a Im(T)? 0,25

c) Determine o Núcleo de T, uma base para N(T) e sua dimensão. (0,3+0,3+0,3)

d) T é injetora? 0,2

e) Determine a Imagem de T, uma base para Im(T) e sua dimensão. (0,3 + 0,3 + 0,3)

f) T é sobrejetora? 0,2

mesma do tipo A 5ª Q

5ª Questão [1,5 pontos] Dada a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ dada por:

$$T(x, y, z) = (x + y, y - z),$$

E considere as bases $A = \{(1,1,1), (0,0,1), (-1,1,1)\}$ e $B = \{(3,0), (1,1)\}$ para o $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2$ respectivamente.

a) Determine $[T]_B^A$. b) Sendo $v = (5, 1, -2)$ calcular $[T(v)]_B$.

1,0 0,5

mesmo do Tipo A (4ª Q)

BOA PROVA!!!

GABARITO – TIPO C

① $(x-1)^2+y^2=1$

a) $x^2-2x+\cancel{1}+y^2=\cancel{1}$

$$\left\{ \begin{array}{ll} x=\rho\cos\theta & x^2+y^2=\rho \\ y=\rho\,\mathrm{sen}\,\theta & \mathrm{tg}\,\theta=\dfrac{y}{x} \end{array} \right\}$$

$$x^2+y^2-2x=0$$

$$\rho^2-2\rho\cos\theta=0 \quad \div\rho \text{ (assumindo } \rho\neq0)$$

$$\boxed{\rho=2\cos\theta}$$

$$y=-2$$

$$\rho\,\mathrm{sen}\,\theta=-2$$

$$\rho=\frac{-2}{\mathrm{sen}\,\theta}$$

como $\mathrm{sen}\,\theta\neq0$ e queremos cobrir todo a reta $y=-2$ devemos apresentar a variação de θ

$$\theta\in(-\pi,\pi)$$

b) $\rho=9 \Rightarrow \rho^2=81 \Rightarrow \underline{x^2+y^2=81}$

$$\theta=\pi/6 \Rightarrow \frac{y}{x}=\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{y}{x}=\frac{\sqrt3}{3} \Rightarrow y=\frac{\sqrt3}{3}x$$

② a) e c) <u>não possuem</u> 3 vetores logo não podem formar uma base do $\mathbb{R}^3$

b) $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\det A=-1+1+0-0-0-5=-5\neq0$

$\Rightarrow\{(1,0,1),(1,-1,5),(0,1,1)\}$ é LI logo forma uma base do $\mathbb{R}^3$

(2) (d)

$$M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \det M = 0 \text{ portanto}$$

$\{(1,1,2), (1,2,5), (5,3,4)\}$ é LD

não forma uma base do $\mathbb{R}^3$

(3) b), (4) e (5) ver gabarito Tipo A (2) a), (5), (4) respectivamente

Resposta (3) a)

traço no plano XOZ $(y=0)$

$$x^2 - 2z^2 + 16z - 40 = 0$$

$$x^2 - 2(z^2 - 8z + 16) - 40 = -32$$

$$x^2 - 2(z-4)^2 = -32 + 40$$

$$\frac{x^2}{8} - \frac{(z-4)^2}{4} = 1$$