UFF – Departamento de Análise
GAN00140 – Álgebra Linear - E1 – 2018.1 – Profª. Ana Maria Luz F. do Amaral

Lista 4 – Determinantes

1. Admita que det A = 10, onde A = $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$. Ache:

   a) det (3.A) b) det ($2.A^{-1}$) c) det $(2.A)^{-1}$

   d) det $\begin{pmatrix} a & g & d \\ b & h & e \\ c & i & f \end{pmatrix}$

2. Calcular, pelo processo de triangularização, $\det\begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}$.

3. Seja x o valor do determinante $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ então $\sqrt{x}$ é igual a.

4. Se $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ e $f(x) = -x^2 + 3x + 2$, calcule $f(\det A)$.

5. Resolver as equações:

   (a) $\begin{vmatrix} 4 & 6 & x \\ 5 & 2 & -x \\ 7 & 4 & 2x \end{vmatrix} = -128$ (b) $\begin{vmatrix} x+3 & x+1 & x+4 \\ 4 & 5 & 3 \\ 9 & 10 & 7 \end{vmatrix} = -7$

6. Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & c & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ a & b & -2 \end{bmatrix}$. Sabendo que $A^T = A$. Calcule o determinante da matriz A - 2A + I^2, onde I é a matriz identidade de ordem 3.

7. Dizemos que A e B são matrizes semelhantes se existe uma matriz P tal que $B = P^{-1}AP$. Mostre que det$A$ = det$B$ se A e B são semelhantes.

8. A matriz $A = \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$ é tal que o $\det A^4 = 2/x$. Calcule o valor de x.

9. Verdadeiro ou falso? Se det A = 1 então $A^{-1} = A$.

10. Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$. Calcule o determinante do produto de A pela sua transposta.

11. Determine a solução da equação $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & -1 & 5 \\ \frac{2}{3} & \frac{-1}{2} & 0 \end{vmatrix} = 0.$

12. Escreva o determinante de $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} a & 5 & 1 \\ b & 3 & 2 \\ c & 2 & 3 \end{bmatrix}$ um em função do outro.

13. Verifique, em cada caso, se v é um autovetor da matriz A. Caso seja, determine o autovalor correspondente.

a) $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$, $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

14. Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, determine um autovalor e seus autovetores associados.

15. Determine os autovalores e os autovetores das matrizes abaixo.

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

c) $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

Exercícios de autoria de:
Profa. Marina Tebet
Departamento de Análise - UFF

- **Álgebra Linear com Aplicações, H. Anton e C. Rorres, Bookman, 2001.**

Seção 2.1
3-12,13,18

Seção 2.2
1,4-11,13

Seção 2.3
1-6,12,14,15

Seção 2.4
1,3,5,6,8,12,13,14,17,19,21

Exercícios 7.3

1. Use a regra de Cramer para determinar o valor de x que satisfaz cada um dos seguintes pares de equações:

(a) $7x - 3y = 4$
$2x + 5y = 7$

(b) $-3x + 4y = 5$
$2x + 5y = 12$

(c) $x + 4y = 9$
$2x - 7y = 3$

2. Use a regra de Cramer para determinar o valor de y que satisfaz cada um dos seguintes pares de equações:

(a) $x + 3y = 9$
$2x - 4y = -2$

(b) $5x - 2y = 7$
$2x + 3y = -1$

(c) $2x + 3y = 7$
$3x - 5y = 1$

3. Use a regra de Cramer para resolver os seguintes conjuntos de equações:

(a) $4x + 3y = 1$
$2x + 5y = -3$

(b) $4x + 3y = 1$
$2x + 5y = 11$

(c) $4x + 3y = -2$
$2x + 5y = -36$

Opcional 4. As equações da demanda e oferta para dois bens interdependentes são dadas por:

$$Q_{D_1} = 400 - 5P_1 - 3P_2$$

$$Q_{D_2} = 300 - 2P_1 - 3P_2$$

$$Q_{S_1} = -60 + 3P_1$$

$$Q_{S_2} = -100 + 2P_2$$

(a) Mostre que o preço de equilíbrio satisfaz:

Obs: Para o preço de equilíbrio -> demanda=oferta
QD1=QS1
QD2=QS2

$$\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 460 \\ 400 \end{bmatrix}$$

(b) Use a regra de Cramer para encontrar o preço de equilíbrio do bem 1.

Opcional 5. Considere o modelo macroeconômico de dois setores

$Y = C + I^*$

$C = aY + b$

(a) Expresse esse sistema na forma

$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$

onde $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} Y \\ C \end{bmatrix}$ e $\mathbf{A}$ e $\mathbf{b}$ são matrizes 2×2 e 2×1 a serem determinadas.

(b) Use a regra de Cramer para resolver esse sistema para C.

Exercícios 7.3*

1. Use a regra de Cramer para resolver:

(a) $$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 7 \end{bmatrix}$$

para x_1

(b) $$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 4 & 3 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 \\ 17 \\ 1 \end{bmatrix}$$

para x_2