UFF – Departamento de Análise
GAN00140 – Álgebra Linear – E1 - 2018.1 – Profª. Ana Maria Luz

Lista de Exercícios 5 – Espaços Vetoriais – Parte I

1- Seja $[v_1,v_2]$ o espaço gerado por v_1, v_2 e $v \in [v_1,v_2]$, ou seja, $v=a_1v_1+a_2v_2$, Mostre que:

$$[v_1,v_2]= [v_1,v_2,v]$$

Obs.: Esta idéia pode ser generalizada para $[v_1, \dots ,v_n]$, isto é,

$$[v_1, \dots ,v_n]= [v_1, \dots, v_n,v] \text{ se } v\in [v_1, \dots, v_n].$$

2- Classifique as afirmações abaixo como Verdadeiras (V) ou Falsas (F), caso sejam falsas reescreva a afirmação de forma a torná-la verdadeira

a) O conjunto vazio é linearmente independente. ( )
b) Todo conjunto que contém o vetor nulo é L.I.. ( )
c) Todo conjunto que tem um subconjunto L.D. é L.D.( )
d) Todo subconjunto de um conjunto L.I. é L.I. ( )
e) Se um vetor de um conjunto é combinação linear de outros vetores desse conjunto, então o conjunto é L.I. ( )
f) A interseção de dois conjuntos linearmente independentes é linearmente independente - podendo ser o conjunto vazio. ( )
g) A interseção de um número qualquer de conjuntos linearmente independentes não é linearmente independente. ( )
h) A dimensão de qualquer subespaço S do IR^3 só poderá ser 0, 1,2 ou 3. ( )
i) dim {0}=0. ( )
j) Seja $V=U\oplus W$, então dim $V\neq$ dim U +dim W.( )
k) Se dim V=n, um subconjunto de V com n vetores é L.D. ( )

3- Verifique se as linhas da matriz abaixo são L.I. ou L.D.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Dica: Voce pode usar o seguinte resultado: “As linhas não-nulas de uma matriz na forma escalonada são L.I.”, ou escrever as linhas ou colunas da matriz como vetores e usar as técnicas dadas em sala

4- Determine se os seguinte vetores formam uma base do espaço vetorial IR^3:
a) (1, 1, 1) e (1, -1, 5)
b) (1, 1, 1), (1, 2, 3) e (2, -1, 1)
c) (1, 2, 3), (1, 0, -1),(3, -1, 0) e (2, 1, -2)
d) (1, 1, 2), (1, 2, 5) e (5, 3, 4)

5 - Determine a dimensão e uma base do espaço vetorial $\{(x, y, z) \in IR^3;\ x-y-2z=0\}$

6- Para qual valor de “k"será o vetor $u = (1, -2, k)$ de $\mathbb{R}^3$ uma combinação linear dos vetores $v = (3, 0, -2)$ e $w = (2, -1, -5)$?

7 – Determine “m"para que o conjunto $\{(2, -3, 2m), (1, 0, m + 4), (-1, 3, m - 2)\}$ seja L.I.

8 - Expresse o vetor $u = (-1, 4, -4, 6) \in \mathbb{R}^4$ como combinação linear dos vetores $v_1 = (3, -3, 1, 0), v_2 = (0, 1, -1, 2)$ e $v_3 = (1, -1, 0, 0)$.

9 - Determine os subespaços do $\mathbb{R}^3$ gerados pelos seguintes conjuntos:

(a) $A = \{(2, -1, 3)\}$.

(b) $A = \{(-1, 3, 2), (2, -2, 1)\}$.

(c) $A = \{(1, 0, 1), (0, 1, 1), (-1, 1, 0)\}$.

10 - Determine o valor de "k"para que o conjunto $\{(1, 0, -1), (1, 1, 0), (k, 1, -1)\}$ seja LI.

11- Determine uma base para cada um dos seguintes espaços vetoriais:

(a) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3;\ y = 2x\}$

(b) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^3,\ x + y = 0\}$

(c) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3;\ 2x - y + 3z = 0\}$

(d) $S = \{(x, y, x);\ x, y \in \mathbb{R}\}$

(e) $S = \{(x, y, z, w);\ x - 3y + z = 0\}$

(f) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3;\ x = 3y,\ e\ z = -y\}$

12- Encontre a dimensão e o espaço gerado por:

(i) $(1, -2, 3, -1)$ e $(1, 1, -2, 3)$.

(ii) 3 e -3.

(iii) $t^3 - 2t^2 + 5$ e $t^2 + 3t - 4$.

13- Seja o conjunto $A = \{w_1, w_2\}$, sendo $w_1 = (-1, 3, -1), w_2 = (1, -2, 4)$. Determine:

(a) O subespaço S gerado pelo conjunto A.

(b) O valor de "k"para que o vetor $w = (5, k, 11)$ pertença à S.

14 - Considere $S = [(2, 1, 0), (1, -1, 2), (0, 3, -4)]$, o subespaço do $\mathbb{R}^3$ gerado pelos vetores $(2, 1, 0), (1, -1, 2)$ e $(0, 3, -4)$. Determine sua equação.