

Lista de Exercícios 6– Espaços Vetoriais – Parte II

1- Encontre o vetor coordenada de $v=(4,-3,2)$ em relação a base $B=\{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$ do \mathbb{R}^3

2- Seja $V= M(2,2)$ (o espaço vetorial das matrizes 2×2). Completar o conjunto $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ de modo a formar uma base do $M(2,2)$

3- Diz-se que uma base $B=\{v_1, \dots, v_n\}$ de V (espaço vetorial euclidiano) é **ortogonal** se seus vetores são dois a dois ortogonais. Verifique se $B'=\{(1,2,-3),(3,0,1),(1,-5,-3)\}$ é uma base ortogonal do \mathbb{R}^3 .

4. Diz-se que uma base $B=\{v_1, \dots, v_n\}$ de V (espaço vetorial euclidiano) é **ortonormal** se é ortogonal e se seus vetores são unitários, ou seja:

$$\langle v_i, v_j \rangle = \begin{cases} 0 & \text{para } i \neq j \\ 1 & \text{para } i = j \end{cases}.$$

Verifique se as bases abaixo são bases ortonormais do espaço vetorial V indicado:

a) $B=\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$, $V=\mathbb{R}^3$.

b) $B=\left\{ \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \right\}$, $V=\mathbb{R}^2$

5. Seja V um espaço vetorial euclidiano e S um subespaço vetorial de V . O subconjunto de V denotado por:

$$S^\perp = \{v \in V; v \perp S\} = \{v \in V; \langle v, w \rangle = 0 \forall w \in S\},$$

que é o subconjunto de V formado pelos vetores que são ortogonais a S , é chamado **complemento ortogonal** de S . Temos as seguintes propriedades: I) S^\perp é subespaço de V , II) $V=S \oplus S^\perp$.

Considerando o produto interno usual no \mathbb{R}^4 , determine o complemento ortogonal do subespaço gerado $S=[(1,1,0,-1),(1,-2,1,0)]$.

Comentário: Um a vez que você tenha encontrado S^\perp , observe que: I) S^\perp é subespaço de \mathbb{R}^4 , II) $\mathbb{R}^4=S \oplus S^\perp$.